

Ένα Β' θέμα μέχρι την
Αντίστροφη

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η C_f .

B₁. Βρείτε D_f και $f(A)$

B₂. Γράψτε τα διαστήματα μονotonίας της f και επείτα
να συζητήσετε τους αριθμούς
 $f(e)$, $f(3)$, $f(\pi)$

B₃. Λύστε την ανίσωση $f(e^{-x^2}) \geq f(e^{-4})$

B₄. Αν $-3 \leq \alpha \leq \beta \leq \gamma \leq 5$ βρείτε τα α, β, γ ώστε

$$f(\alpha) + f(\beta) + f(\gamma) = 9$$

B₅. Λύστε την εξίσωση

$$f(e^2 + (x-1)^2) = f((x-e)^2 + 5)$$

Ένα Γ' θέμα μέχρι την
Αντιστροφή

Θεωρούμε τις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για τις οποίες:

- $f^3(x) - e^{f(x)} = e^{-x} - 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
- $g(x) = e^{-x} - 3x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$

Γ1. Δείξτε ότι g 1-1

Γ2. Δείξτε ότι η $f(x) = 0$ έχει μια το πολύ λύση

Γ3. Λύστε την εξίσωση $f^3(x) - e^{f(x)} = 1$

Γ4. Υπολογίστε το $g^{-1}\left(\frac{1-2e}{e}\right)$

Ένα Δ' θέμα μέχρι την
Αντίστροφη

Έστω οι αντίστροφες μεταξύ τους $f, f^{-1}: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις

C_1, C_2, C_3 εκ' των οποίων δύο παρουσιάζουν την f και g

$$\mu\epsilon \quad g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{f^{-1}(x)}}$$

Δ1. Δείξτε ότι

i) Η C_3 δεν παρουσιάζει ούτε την f ούτε την g

(ii) Η C_1 παρουσιάζει την f και η C_2 την g

Δ2. Ορίστε την $g \circ f$ και βρείτε το πεδίο ορισμού

$$\text{της } h(x) = \sqrt{\sqrt{x} (g \circ f)(x)} - 1$$

Δ3. Λύστε την ανίσωση

$$f(x^2 + x + 2) + x^2 > f(x + 3) + 1$$

Δ4. Αποδείξτε ότι η εξίσωση

$$f(x) + g(x) = 2\pi x$$

είναι αδύνατη.