

Δένουν

Ερώτημα 16

Καρίνα Αντιστροφής

Έστω $f: [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x^2 + 4x + 1$. Δείξτε ότι
η f είναι 1-1 και βρείτε την $f^{-1}(x)$
Λύση

$$f(x) = (x+2)^2 - 3$$

Έστω $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ με $f(x_1) = f(x_2)$

$$\text{Τότε } (x_1+2)^2 - 3 = (x_2+2)^2 - 3$$

$$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$\begin{cases} y = (x+2)^2 - 3 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{y+3} - 2 \\ x \geq 2 \\ y \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{y+3} - 2 \\ \sqrt{y+3} - 2 \geq 2 \\ y \geq -3 \end{cases}$$

Τελικά $x = \sqrt{y+3} - 2$ με $y \geq 13$ και $y \geq -3$ άρα

$$y \geq 13$$

Άρα $f^{-1}: [13, +\infty) \rightarrow [2, +\infty)$ με $f^{-1}(x) = \sqrt{x+3} - 2$

" Αντιστροφή σε περιορισμό του πεδίου τιμών "