26ο Πειραματικό Γενικό Λύκειο Αθηνών Μαρασλειο

# Κυκλική κίνηση

**Φυσική Β΄ Λυκείου Προσανατολισμού • Ασκήσεις Γ1 έως Γ35**

Ονοματεπώνυμο: _____ Τμήμα: _____

Σε όσες ασκήσεις απαιτείται, θεωρήστε g = 10 m/s². Τα σχήματα συνοδεύουν τις αρχικές εκφωνήσεις.

## Βασικές σχέσεις κυκλικής κίνησης και κεντρομόλου δύναμης

**Γ1.** Σε μια ομαλή κυκλική κίνηση σώματος μάζας m = 2kg ακτίνας R = 0,5m η κεντρομόλος δύναμη έχει μέτρο 100N. Να βρεθούν:

α. Η γωνιακή ταχύτητα του σώματος.

β. Η συχνότητα του σώματος.

γ. Η γραμμική ταχύτητα του σώματος.

**Γ2.** Σφύρα μάζας m = 2,5kg περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω = 40rad/s δεμένη με νήμα ακτίνας R = 2m. Να βρεθούν:

α. Η γραμμική ταχύτητα της σφύρας.

β. Η περίοδος της σφύρας.

γ. Η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται η σφύρα.

**Γ3.** Μικρή μπάλα διαγράφει κύκλο ακτίνας R = 2,5m με συχνότητα f = 10/π Hz ενώ δέχεται κεντρομόλο δύναμη F = 100N. Να βρεθούν:

α. η γωνιακή και γραμμική ταχύτητα περιστροφής

β. η μάζα της μπάλας.

**Γ4.** Ο σφυροβόλος του σχήματος περιστρέφει τη σφαίρα μάζας m = 7kg με συχνότητα f = 1,5Hz. Αν η ακτίνα της οριζόντιας κυκλικής τροχιάς που διαγράφει η σφαίρα είναι R = 1,8m πόση είναι η δύναμη που ασκεί ο σφυροβόλος σε αυτή; Με ποια ταχύτητα θα φύγει αυτή από τα χέρια του;



**Γ5.** Σφαίρα μάζας m= 1kg διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας r = 1m, δεμένη με νήμα. Η τάση του νήματος είναι 16N. Να βρεθούν:

α. Η γραμμική ταχύτητα της σφαίρας.

β. Η κεντρομόλος επιτάχυνση της σφαίρας.

γ. Η συχνότητα της σφαίρας.

**Γ6.** Ένα υλικό σημείο με μάζα 2kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας 1m. Αν η περίοδος της κίνησης είναι 5s, να υπολογιστούν για την κίνηση αυτή:

α. Η συχνότητά της.

β. Η γραμμική της ταχύτητα.

γ. Η γωνιακή της ταχύτητα.

δ. Η κεντρομόλος επιτάχυνσή της.

ε. Η κεντρομόλος δύναμη.

**Γ7.** Σώμα μάζας m = 1kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας R = 2m με γραμμική ταχύτητα υ = 4m/s. Να βρείτε:

α. τη συχνότητα της κίνησης

β. την κεντρομόλο δύναμη που δέχεται

γ. τη γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα σε χρόνο t1 = 8π sec

δ. τον αριθμό των περιστροφών του κινητού, όταν αυτό έχει διαγράψει γωνία θ = 20π rad

**Γ8.** Πόση είναι η επιτάχυνση σωματιδίου που βρίσκεται στην άκρη φτερού ανεμιστήρα ακτίνας r = 20cm αν περιστρέφεται με σταθερό ρυθμό 600 στροφές το λεπτό;

**Γ9.** Αν υποθέσουμε ότι η Σελήνη εκτελεί μια περιφορά γύρω από τη Γη κάθε 28 ημέρες και ότι η μέση απόσταση της από τη Γη είναι $R = 38 \cdot 10^7$ m να υπολογίσετε

α. την γραμμική ταχύτητα της Σελήνης

β. Την κεντρομόλο επιτάχυνσή της

γ. Την γωνιακή ταχύτητα ω.

**Γ10.** Ένα σημειακό αντικείμενο μάζας 2kg εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα μέτρου υ = 10m/s. Αν η συχνότητα της περιοδικής κίνησης είναι 1/π Hz, να υπολογίσετε:

α. Την περίοδο της κυκλικής κίνησης.

β. Την ακτίνα της κυκλικής κίνησης.

γ. Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης.

**Γ11.** Αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και διανύει διάστημα S = 7000m σε χρόνο t = 35min. Ο κάθε τροχός του κάνει συνολικά 3500 στροφές. Να βρεθούν:

α. Η γωνιακή ταχύτητα του κάθε τροχού.

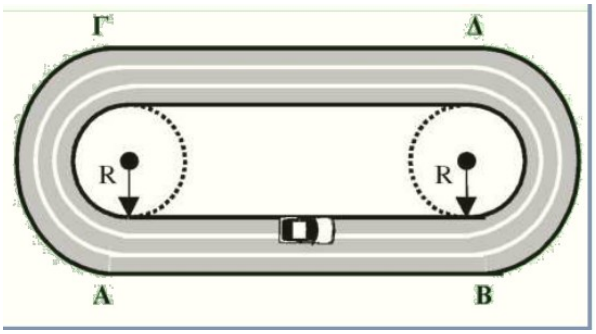
β. Η ακτίνα R.

γ. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου της περιφέρειας.

**Γ12.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα υ = 20 m/s στο δρόμο του σχήματος από την εσωτερική του πλευρά. Αν τα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι ευθύγραμμα με ΑΒ = ΓΔ = 500 m και τα ΒΔ και ΑΓ είναι ημικύκλια ακτίνας R = 50 m

α. Πόση είναι η επιτάχυνση του κινητού στα διάφορα σημεία της τροχιάς

β. Πόσο χρόνο χρειάζεται το κινητό για να διαγράψει μια φορά όλο το δρόμο του σχήματος;




**Γ13.** Δίσκος κοπής έχει ακτίνα R = 10cm και περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του έτσι ώστε το σημείο Μ της περιφέρειας του δίσκου να κινείται με ταχύτητα 10 cm/s. Σημείο Λ απέχει απόσταση r = 4cm από τον άξονα περιστροφής του δίσκου. Να βρεθούν:

α. Η συχνότητα και η περίοδος περιστροφής του δίσκου.

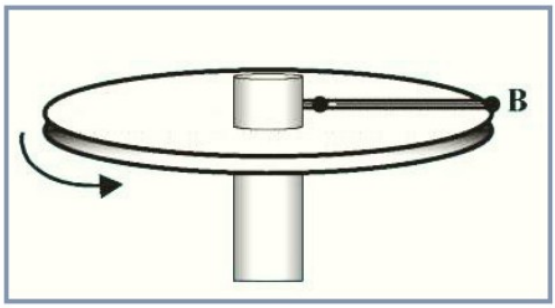
β. Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Λ.

γ. Η κεντρομόλος επιτάχυνση του σημείου Λ.

**Γ14.** Στον κυκλικό δίσκο του σχήματος ακτίνας R = 60/π cm το σημείο Β βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου, ενώ ένα δεύτερο σημείο Α βρίσκεται σε απόσταση RA = 15/π cm από το κέντρο του δίσκου. Αν η συχνότητα περιστροφής του δίσκου είναι f = 50 Hz, να βρείτε:

α. τις ταχύτητες υΑ και υΒ·

β. τις κεντρομόλες επιταχύνσεις των σημείων Α και Β.




**Γ15.** Δίσκος περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα f. Δύο σημεία Α και Β απέχουν από το κέντρο του αποστάσεις r1 = 2cm και r2 = 8cm αντιστοίχως. Να βρεθούν οι λόγοι:

α. Των γραμμικών ταχυτήτων υ1/υ2 των δύο σημείων.

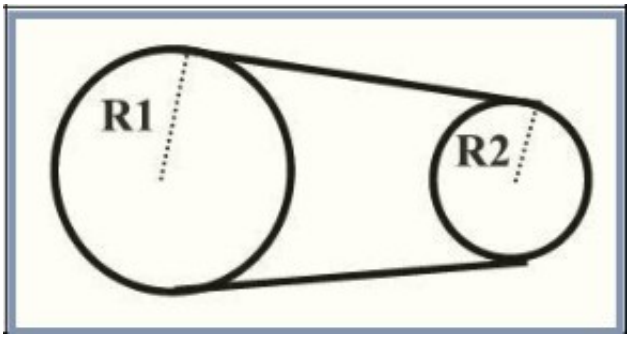
β. Των κεντρομόλων επιταχύνσεων α1/α2 των δύο σημείων.

## Σύστημα τροχών με ιμάντα

**Γ16.** Δύο τροχοί με λόγο ακτίνων R1/R2 = 3/4 συνδέονται με ιμάντα και περιστρέφονται με συχνότητες f1 = 200Hz και f2.

α. Να βρεθεί η συχνότητα f2.

β. Να βρεθεί ο λόγος των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σημείων της περιφέρειας των τροχών, ακ1/ακ2.

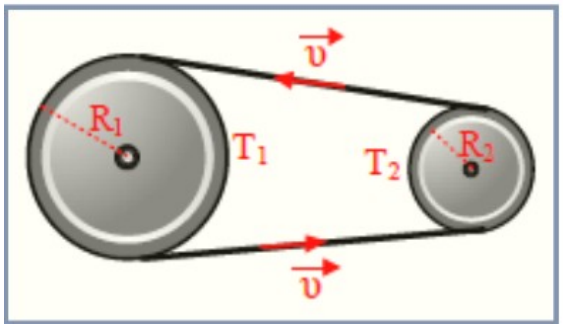



**Γ17.** Δύο τροχοί Τ1 και Τ2 με ακτίνες R1 = 0,8 m και R2 = 0,2 m συνδέονται με ιμάντα όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κάθε σημείο του ιμάντα κινείται με ταχύτητα μέτρου υ, με αποτέλεσμα οι δύο τροχοί να περιστρέφονται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, χωρίς ο ιμάντας να γλιστράει σε αυτούς. Τα σημεία της περιφέρειας του τροχού Τ1 έχουν κεντρομόλο επιτάχυνση μέτρου 20 m/s². Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας του τροχού Τ2,

β. το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού Τ2,

γ. την περίοδο περιστροφής του τροχού Τ2



## Χαρακτηριστικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης

**Γ18.** Αυτοκίνητο μάζας m μπαίνει σε οριζόντια κυκλική στροφή ακτίνας R = 100m. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του δρόμου και των ελαστικών του είναι μ = 0,4. Πόση πρέπει να είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα ώστε το αυτοκίνητο να διατηρηθεί σε κυκλική τροχιά σε όλη τη διάρκεια της στροφής;

**Γ19.** Σφαίρα μάζας m = 0,2kg είναι δεμένη στο ένα άκρο νήματος μήκους L = 1,5m το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο λείου οριζόντιου δαπέδου. Το νήμα σπάει αν η δύναμη που το τεντώνει ξεπεράσει την τιμή των 30N (όριο θραύσης). Η σφαίρα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός στροφών που μπορεί να διαγράψει η σφαίρα σε t = 60π s ώστε το νήμα να μη σπάσει;

**Γ20.** Ένα σώμα μάζας m = 1kg διαγράφει οριζόντια κυκλική τροχιά δεμένο σε σχοινί μήκους ℓ = 2m. Η γραμμική ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο υ = 4m/s.

α. Να υπολογίσετε την κεντρομόλο δύναμη

β. Αν το όριο θραύσης του σχοινιού είναι T = 72N να υπολογίσετε τη μέγιστη συχνότητα περιστροφής ώστε να μην κοπεί το σχοινί.

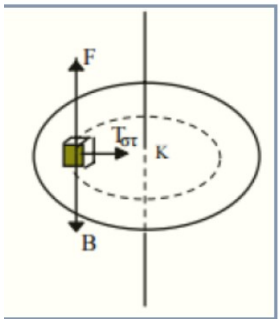
**Γ21.** Πέτρα μάζας m = 0,2kg είναι δεμένη στην άκρο σχοινιού μήκους ℓ =0,6m.

α. Αν η σφαίρα πραγματοποιεί 15 στροφές το sec, σε οριζόντιο επίπεδο ποια είναι η δύναμη που ασκεί η πέτρα στο σχοινί;

β. Αν το σχοινί κόβεται (όριο θραύσης του νήματος) όταν η τάση του είναι T = 30°N, ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής της πέτρας χωρίς να κοπεί το σχοινί;

**Γ22.** Πάνω σε δίσκο πικάπ που περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα f = 1Hz τοποθετείται μια γομολάστιχα σε απόσταση r = 0,1m από τον άξονα περιστροφής. Μεταξύ της επιφάνειας του δίσκου και της γόμας ο μέγιστος συντελεστής στατικής τριβής είναι μ. Για ποιες τιμές του μ, η γόμα δεν γλιστράει πάνω στο δίσκο;

**Γ23.** Οριζόντιος δίσκος στρέφεται με συχνότητα 0,1Hz. Να βρείτε τη μεγαλύτερη απόσταση στην οποία μπορούμε να τοποθετήσουμε ένα σώμα, χωρίς αυτό να εκτραπεί. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Δίνεται ο συντελεστής στατικής τριβής μ = 0,2.



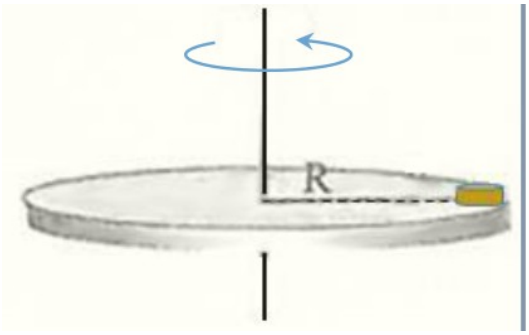
**Γ24.** Ένα νόμισμα βρίσκεται σε σημείο της περιφέρειας οριζόντιου δίσκου ακτίνας R = 1,0 m που περιστρέφεται αριστερόστροφα (αντίθετα της κίνησης των δεικτών του ρολογιού) και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του δίσκου και του νομίσματος είναι μ = 0,4.

α. Να εξηγήσετε αν το νόμισμα έχει επιτάχυνση,

β. Να σχεδιάσετε στο παραπάνω σχήμα τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας του νομίσματος και της κεντρομόλου δύναμης που ασκείται σε αυτό.

γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συχνότητα με την οποία μπορεί να περιστρέφεται ο δίσκος και το νόμισμα να μη γλιστρά,

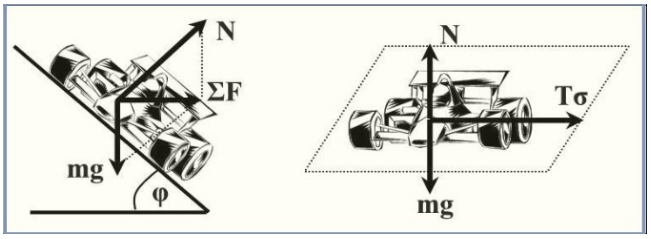
δ. Σταματάμε το δίσκο και τοποθετούμε ακόμα ένα νόμισμα ίδιο με το πρώτο σε απόσταση d από το κέντρο του ώστε d < R. Στη συνέχεια αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα περιστροφής του δίσκου. Ποιο από τα δύο νομίσματα θα φύγει πρώτο από το δίσκο και γιατί;




**Γ25.** Οριζόντια κυκλική στροφή δρόμου έχει ακτίνα καμπυλότητας R = 200m.

α. Ποιος πρέπει να είναι ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ οδοστρώματος και ελαστικών ώστε ένα αυτοκίνητο να διαγράφει τη στροφή με ταχύτητα 72km/h;

β. Πόση γωνία κλίσης φ, ως προς το οριζόντιο επίπεδο έπρεπε να είχε ο δρόμος, ώστε το αυτοκίνητο να διέγραφε τη στροφή με ασφάλεια και με την ίδια ταχύτητα, ακόμα κι' αν ο συντελεστής στατικής τριβής ήταν μηδέν (παγωμένο οδόστρωμα);

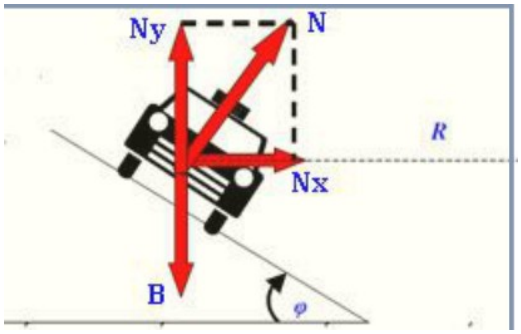


**Γ26.** Κατακόρυφος κύλινδρος ακτίνας R = 1m περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του y΄y ώστε μια σταγόνα λαδιού που εφάπτεται πάνω στο κυλινδρικό τοίχωμα αυτού να κρατιέται πάνω σ' αυτό, χωρίς να γλιστράει προς τα κάτω. Μεταξύ σταγόνας και επιφανείας του κυλίνδρου ο συντελεστής μέγιστης στατικής τριβής είναι μσ = 0,4. Ποια είναι η μέγιστη περίοδος περιστροφής, ώστε η σταγόνα να μη γλιστράει από το τοίχωμα;

**Γ27.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα υ = 15m/s και θέλει να διαγράψει μια οριζόντια στροφή ακτίνας R = 150m.

α. Ποια δύναμη θα παίξει το ρόλο της απαραίτητης κεντρομόλου δύναμης για να διαγράψει το αυτοκίνητο με ασφάλεια τη στροφή; Πόσο είναι ο μσ μεταξύ αυτοκινήτου ασφάλτου;

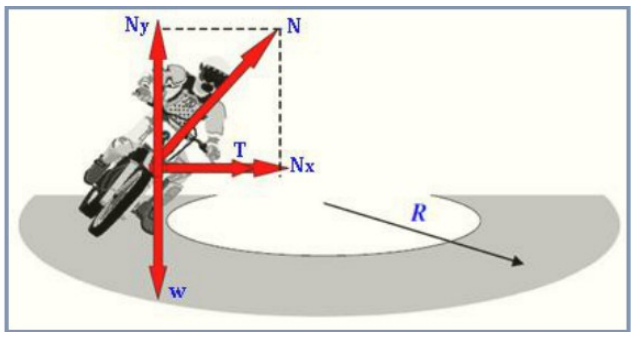
β. Κάποιος ισχυρίζεται πως δίνοντας μια μικρή κλίση στο δρόμο είναι δυνατό να καταφέρει το αυτοκίνητο να παίρνει τη στροφή ακόμη και αν δεν υπάρχει τριβή μεταξύ αυτοκινήτου - ασφάλτου. Συμφωνείτε; Ποια κλίση πρέπει να έχει ο δρόμος;



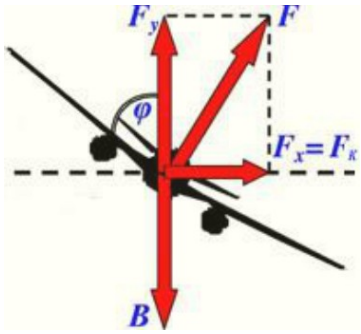

**Γ28.** Μοτοσυκλέτα αγώνων κινείται σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα 288km/h και εισέρχεται σε στροφή ακτίνας καμπυλότητας R = 200m. Πόση κλίση φ, πρέπει να δώσει ο οδηγός στη μοτοσικλέτα ως προς τον κατακόρυφο άξονα ώστε να μη φύγει από το δρόμο; Τριβές δεν υπάρχουν.

**Γ29.** α) Μοτοσικλετιστής θέλει να πάρει μια οριζόντια στροφή ακτίνας R = 32m. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής είναι μσ = 0,2 ποια είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα του μοτοσικλετιστή;

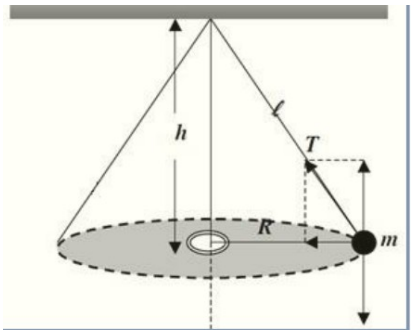
β) Αν ο μοτοσικλετιστής γείρει το σώμα του μαζί με τη μηχανή κατά γωνία φ, ως προς την κατακόρυφο με εφφ = 0,2 πόση επιπλέον ταχύτητα μπορεί να αναπτύξει, ώστε να διαγράψει τη στροφή με ασφάλεια;



**Γ30.** Αεροπλάνο διαγράφει οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R=2,448 Km. Αν τα φτερά του σχηματίζουν με την κατακόρυφο γωνία φ=60° να υπολογιστεί η ταχύτητά του. Δίνεται √3=1,7.



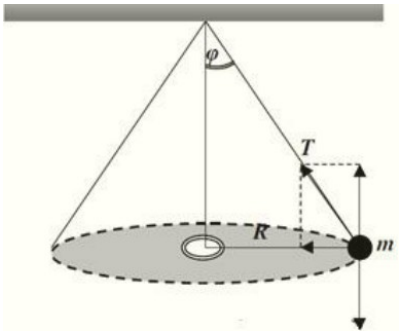

**Γ31.** Σώμα είναι δεμένο σε νήμα μήκους ℓ = 0,5m που το άλλο του άκρο είναι δεμένο στην οροφή δωματίου (εκκρεμές). Αν το εκκρεμές περιστρέφεται διαγράφοντας κωνική επιφάνεια να βρείτε την περίοδο που χρειάζεται το σώμα για μια πλήρη περιστροφή ακτίνας R = 0,3m.



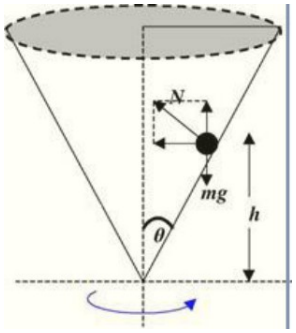

**Γ32.** Σώμα μάζας m = 0,2kg περιστρέφεται σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R = 1,6m δεμένο σε σχοινί που σχηματίζει με την κάθετο στην κυκλική τροχιά στο κέντρο της γωνία φ = 45°. Να υπολογίσετε

α. Την τάση του σχοινιού και

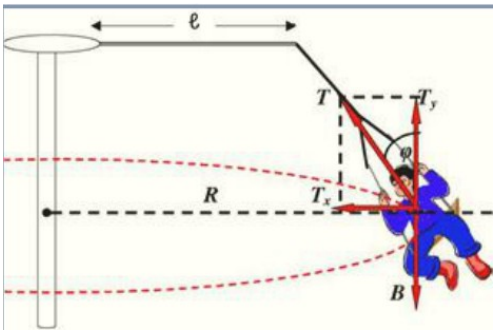
β. Τη γραμμική ταχύτητα της μάζας m.



**Γ33.** Στο εσωτερικό αντεστραμμένου κώνου που περιστρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονά του βρίσκεται ακίνητο ένα σώμα μάζας m, το οποίο περιστρέφεται μαζί με τον κώνο. Αν το σώμα απέχει από το έδαφος ύψος h και η γωνία που σχηματίζουν τα τοιχώματα του κώνου με τον άξονα περιστροφής είναι θ, να δείξετε ότι η περίοδος περιστροφής του σώματος είναι T = 2π·(εφθ·h)/√(g·h). Δεχτείτε ότι δεν υπάρχει τριβή μεταξύ σώματος και κώνου.




**Γ34.** Η κούνια του σχήματος αποτελείται από έναν κατακόρυφο άξονα, πάνω στον οποίο έχουν προσαρτηθεί οριζόντιοι βραχίονες από τους οποίους μέσω αλυσίδας δένεται κάθισμα. Αν το μήκος του οριζόντιου βραχίονα είναι ℓ = 2,25m και η γωνία του σύρματος με την κατακόρυφο είναι φ = 30° να βρεθεί η περίοδος περιστροφής της κούνιας.




## Κυκλική κίνηση δύο κινητών

**Γ35.** Δύο κινητά Α και Β που εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, τη στιγμή t = 0 περνούν από τα σημεία Κ και Λ αντίστοιχα, κινούμενα όπως στο σχήμα. Την χρονική στιγμή t = 2s τα δύο κινητά διασταυρώνονται στο σημείο Μ, για πρώτη φορά. Να υπολογίσετε

α. το λόγο υΑ/υΒ, όπου υΑ και υΒ οι γραμμικές ταχύτητες των κινητών Α και Β, αντίστοιχα.

β. τις περιόδους των κινητών Α και Β.

γ. το λόγο αΑ/αΒ, όπου αΑ και αΒ οι κεντρομόλες επιταχύνσεις των κινητών Α και Β, αντίστοιχα.

