

ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΣΤΗΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

1.10 Η ΜΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ του κινητού που εκτελεί μεταβαλλόμενη κίνηση, σε δεδομένο χρονικό διάστημα Δt .

Ως μέση διανυσματική επιτάχυνση του κινητού, στη διάρκεια δεδομένου χρονικού διαστήματος, ορίσαμε το **φυσικό διανυσματικό μέγεθος** που **εκφράζεται από το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας του κινητού στο δεδομένο χρονικό διάστημα προς το χρονικό διάστημα αυτό**.

Η σχέση ορισμού του μεγέθους αυτού είναι:

$$\vec{\alpha}_{\mu} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

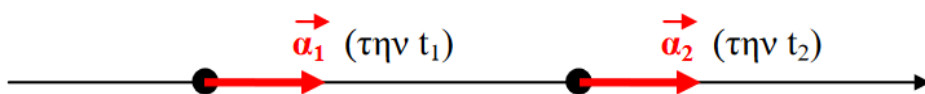
Από τον ορισμό φαίνεται ότι το διάνυσμα της επιτάχυνσης έχει **πάντα** την ίδια κατεύθυνση με την μεταβολή της ταχύτητας στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt .

Η **επιτάχυνση** γενικώς είναι ο **ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας** του κινητού, δηλαδή εκφράζει το **πόσο γρήγορα (και προς ποια κατεύθυνση) μεταβάλλεται η ταχύτητά του**, ή αλλιώς δείχνει τη μεταβολή της ταχύτητας ανά μονάδα χρόνου κίνησης.

1.12 Η ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΚΑΙ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ (Ε.Ο.Μ.Κ.)

Ονομάσαμε **ευθύγραμμη και ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (Ε.Ο.Μ.Κ.)** την ευθύγραμμη κίνηση κατά την οποία η επιτάχυνση του κινητού παραμένει σταθερή.

$$\text{Ε.Ο.Μ.Κ.} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \overrightarrow{\text{σταθ}} \text{ στη διεύθυνση της } \vec{v}$$



Δηλαδή αν πρόκειται για Ε.Ο.Μ.Κ. έχουμε $\vec{\alpha}_1 = \vec{\alpha}_2$ σε κάθε t_1 και t_2 μέσα στο χρονικό διάστημα της κίνησης αυτής.

Στην Ε.Ο.Μ.Κ. η μέση διανυσματική επιτάχυνση του κινητού σε κάθε χρονικό διάστημα της κίνησης, ισούται με τη στιγμιαία επιτάχυνσή του σε οποιαδήποτε στιγμή της κίνησης.

$$\text{Ε.Ο.Μ.Κ.} \Rightarrow \vec{\alpha} = \vec{\alpha}_{\mu}$$

Αυτή η τελευταία σχέση μας δίνει το δικαίωμα να γράφουμε στην Ε.Ο.Μ.Κ.:

α) για τα διανύσματα

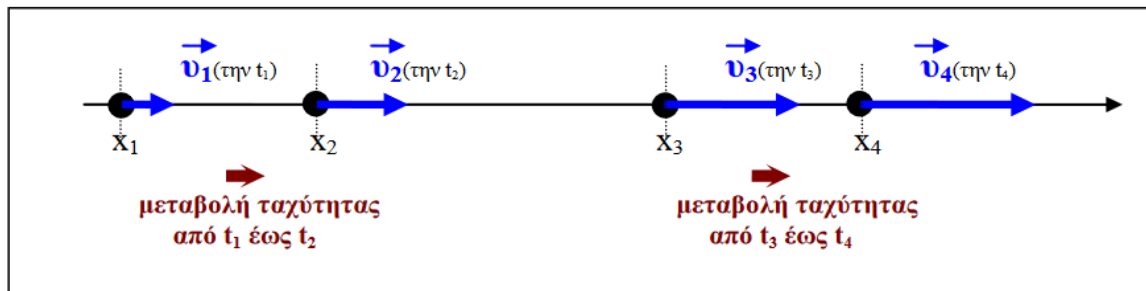
$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{v} = \vec{\alpha} \cdot \Delta t$$

και β) για τις αλγεβρικές τιμές

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = \alpha \cdot \Delta t$$

σχέσεις που δείχνουν ότι :

οι μεταβολές της ταχύτητας κινητού που εκτελεί Ε.Ο.Μ.Κ. είναι ανάλογες προς τα χρονικά διαστήματα στα οποία πραγματοποιήθηκαν.



Αν στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται σε 4 διαφορετικές στιγμές ένα κινητό που εκτελεί Ε.Ο.Μ.Κ. και ισχύει ότι $t_4 - t_3 = t_2 - t_1$ τότε και $v_4 - v_3 = v_2 - v_1$

Από τις ίδιες σχέσεις βλέπουμε και ότι:

σε μια Ε.Ο.Μ.Κ. σε οποιαδήποτε ίσα χρονικά διαστήματα κίνησης αντιστοιχούν ίσες μεταβολές της ταχύτητας του κινητού.

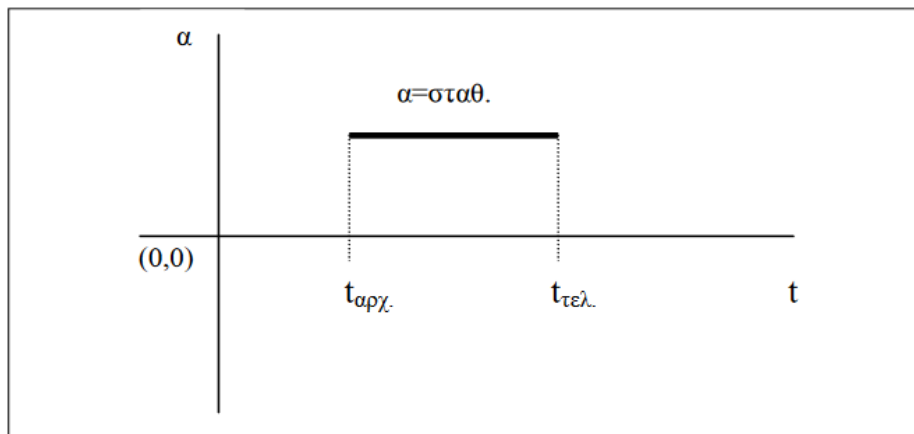
Η τελευταία πρόταση είναι άμεση συνέπεια του ότι :

σε μια Ε.Ο.Μ.Κ. η ταχύτητα του κινητού μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό.

ΟΙ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΕΙ ΕΟΜΚ ΩΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Σε μια Ε.Ο.Μ.Κ. $\Rightarrow$ $\alpha = \text{σταθ.}$ για $t_{\text{αρχ.}} \leq t \leq t_{\text{τελ.}}$

Αυτή η σταθερότητα οδηγεί σε μια γραφική παράσταση της $\alpha = f(t)$ με μορφή ευθύγραμμου τμήματος παράλληλου προς τον άξονα των χρόνων όπως παρακάτω:



ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ ΧΡΟΝΩΝ ΕΚΦΡΑΖΕΙ ΤΗΝ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ Δv

ΓΙΑ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΕ ΜΙΑ ΕΟΜΚ ΙΣΧΥΕΙ

$$\Delta v = \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow v_{\text{τελ.}} - v_{\text{αρχ.}} = \alpha \cdot (t_{\text{τελ.}} - t_{\text{αρχ.}}) \Rightarrow v_{\text{τελ.}} = v_{\text{αρχ.}} + \alpha \cdot (t_{\text{τελ.}} - t_{\text{αρχ.}})$$

Αν συμφωνήσουμε πάλι να συμβολίζουμε:

με t_0 τη στιγμή της έναρξης της παρατήρησης,

με v_0 την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού την t_0 και

με v την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή t μέσα στο χρονικό διάστημα της παρατήρησης,

η τελευταία σχέση παίρνει τη μορφή:

$$v = v_0 + \alpha \cdot (t - t_0) \quad \text{για} \quad t_0 \leq t \leq t_{\text{τελ.}}$$

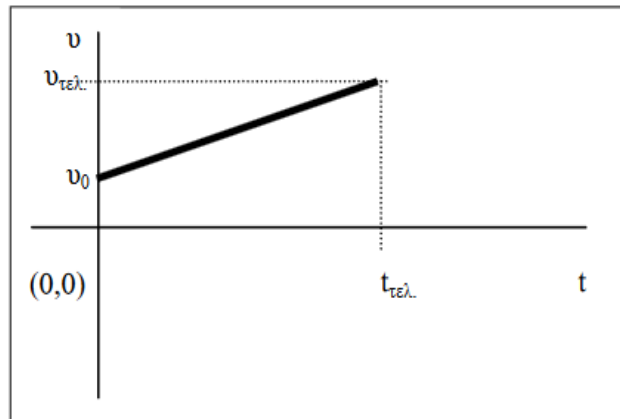
Αν ισχύουν κάποιες ειδικές "αρχικές συνθήκες" π.χ. :

α) το χρονόμετρο έχει μηδενική ένδειξη κατά την έναρξη της παρατήρησης, η

σχέση $v = v_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$, απλοποιείται στην: $v = v_0 + \alpha \cdot t$ **αν $t_0=0$**

με γραφική παράσταση που θα ξεκινάει από το σημείο $(0, v_0)$

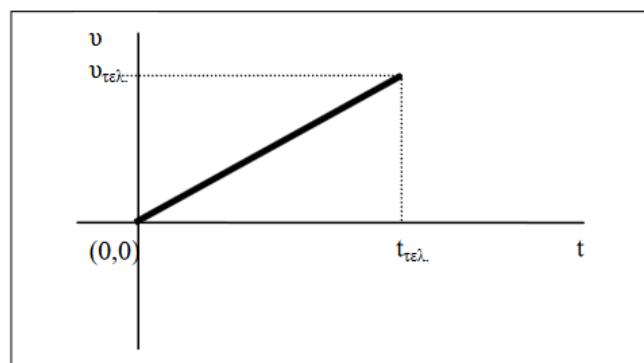
Που είναι μια συνάρτηση πρώτου βαθμού ως προς t και η γραφική της παράσταση είναι μια ευθεία που δεν περνά από την αρχή των αξόνων.



γ) κατά την έναρξη της παρατήρησης **και** το χρονόμετρο έχει μηδενική ένδειξη **και** το κινητό ηρεμεί, η σχέση $v = v_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$, απλοποιείται στην:

$$v = \alpha \cdot t \quad \text{αν και } t_0=0 \text{ και } v_0=0$$

που παριστάνεται γραφικά όπως παρακάτω:

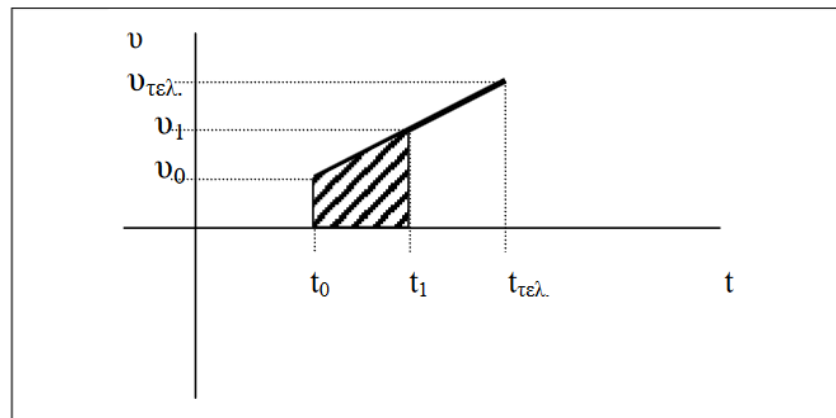


ΣΧΕΣΗ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

Για να καταλήξουμε στη $x=f(t)$ για κινητό που εκτελεί Ε.Ο.Μ.Κ. γενικεύσαμε ένα συμπέρασμα που βγάλαμε στην Ε.Ο.Κ. και συγκεκριμένα το ότι :

Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της $v=f(t)$ και του άξονα των χρόνων σε δεδομένο χρονικό διάστημα, ισούται με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης του κινητού κατά το χρονικό διάστημα αυτό.

Ας πάρουμε λοιπόν τη γραφική παράσταση της $v=f(t)$ σε μια Ε.Ο.Μ.Κ.



και ας υπολογίσουμε το εμβαδόν του τραπεζίου που αντιστοιχεί στο χρονικό διάστημα από την t_0 (κατά την οποία το κινητό βρισκόταν στη θέση x_0) μέχρι την t_1 (κατά την οποία το κινητό βρισκόταν στη x_1).

Αυτό το εμβαδόν (E) θα ισούται με την αλγεβρική τιμή της αντίστοιχης μετατόπισης ($\Delta x = x_1 - x_0$)

Υπολογίζοντας το εμβαδόν από την γνωστή σχέση για το τραπέζιο καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση για $t_1 = t$

$$x = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2 \quad \text{για } t \geq t_0.$$

Η σχέση αυτή είναι δευτέρου βαθμού ως προς t και η γραφική της παράσταση είναι μια παραβολή.

Απλοποιημένες μορφές της $x=f(t)$ για κινητό που εκτελεί Ε.Ο.Μ.Κ.

Η $x = x_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha \cdot (t - t_0)^2$ γράφεται :

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad \text{αν } t_0 = 0 ,$$

$$x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad \text{αν και } t_0 = 0 \text{ και } x_0 = 0 ,$$

$$x = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad \text{αν και } t_0 = 0 \text{ και } x_0 = 0 \text{ και } v_0 = 0$$

ΔΙΑΚΡΙΣΗ ΜΙΑΣ ΕΟΜΚ ΣΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ – ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ

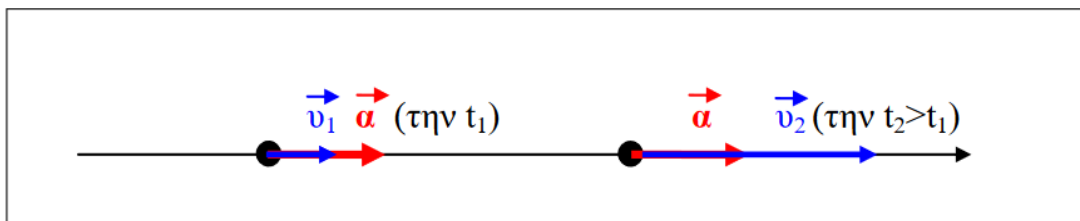
Μερικοί ονομάζουν :

α) **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη** την Ε.Ο.Μ.Κ. κατά την οποία το μέτρο της ταχύτητας του κινητού **αυξάνεται** με σταθερό ρυθμό

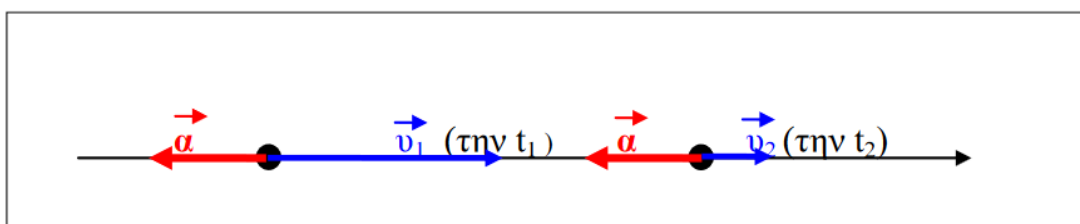
και

β) **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη** την Ε.Ο.Μ.Κ. κατά την οποία το μέτρο της ταχύτητας του κινητού **ελαττώνεται** με σταθερό ρυθμό.

Στην περίπτωση που το μέτρο της ταχύτητας του κινητού **αυξάνεται**, η **επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα**,



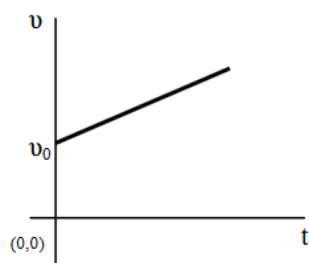
ενώ στην περίπτωση που το μέτρο της ταχύτητας του κινητού **ελαττώνεται**, η **επιτάχυνση έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα**



Τυπολόγιο και γραφικές παραστάσεις $\mathbf{v=f(t)}$ για Ε.Ο.Μ.Κ. στον xx'
με $\mathbf{t_0=0}$, $\mathbf{x_0=0}$ και $\mathbf{v_0>0}$

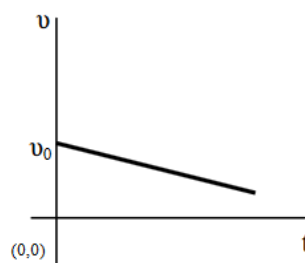
Ε.Ο.Επιταχυνόμενη
 $\alpha > 0$

$$v = v_0 + |\alpha| \cdot t$$



Ε.Ο.Επιβραδυνόμενη
 $\alpha < 0$

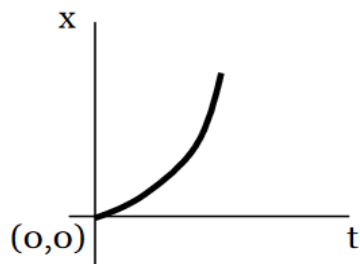
$$v = v_0 - |\alpha| \cdot t$$



Τυπολόγιο και γραφικές παραστάσεις $x=f(t)$ για Ε.Ο.Μ.Κ. στον xx'
με $t_0=0$, $x_0=0$ και $v_0>0$

Ε.Ο.Επιταχυνόμενη
 $a>0$

$$x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} |a| \cdot t^2$$



Ε.Ο.Επιβραδυνόμενη
 $a<0$

$$x = +v_0 \cdot t - \frac{1}{2} |a| \cdot t^2$$

