

Τράπεζα Θεμάτων
Γεωμετρία - Β' Λυκείου

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται δύο τρίγωνα $ABΓ$ και $ΔEZ$ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$AB = 9$, $ΑΓ = 15$ και $\hat{A} = 48^\circ$, $ZΔ = 12$, $ZE = 20$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $ABΓ$ και $ΔEZ$ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

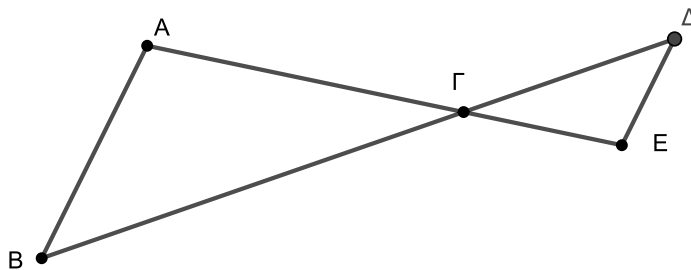
i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

ii. Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα τα τμήματα AB και $ΔE$ είναι παράλληλα και τα τμήματα $ΑΓ$ και $ΓE$ είναι τέτοια, ώστε $ΑΓ = 2ΓE$.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ABΓ$ και $EΔΓ$ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.

ii. Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Τα μήκη των πλευρών α , β , γ του τριγώνου $ABΓ$ είναι : $\alpha = 7$, $\beta = 3$ και $\gamma = 5$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ABΓ$ είναι αμβλυγώνιο. (Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς AB στην πλευρά $ΑΓ$ και να υπολογίσετε το μήκος της.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ABΓ$ με κάθετες πλευρές $\beta = 8$ και $\gamma = 6$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E του τριγώνου $ABΓ$ είναι $E = 24$ (Μονάδες 5)

β) Να υπολογίσετε:

i. Να υπολογιστεί το μήκος της πλευράς a του τριγώνου $ABΓ$. (Μονάδες 6)

ii. Το ύψος του u_a που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα a του τριγώνου. (Μονάδες 7)

iii. Την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τρίγωνο $ABΓ$ με $AB = 1$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και $AΓ$ παίρνουμε σημεία Δ και E , αντίστοιχα, ώστε η ΔE να είναι παράλληλη στη $BΓ$ και $B\Delta = 2$.

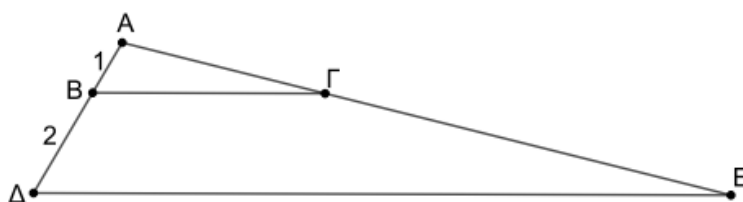
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ABΓ$ και $A\Delta E$ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{3}$.

(Μονάδες 10)

β) Αν η περίμετρος του τριγώνου $ABΓ$ είναι ίση με 8,5, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $A\Delta E$. (Μονάδες 08)

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι 15, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ABΓ$.

(Μονάδες 07)



ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $ABΓ$ με πλευρές $AB=8$, $AΓ=12$ και γωνία $\hat{A} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $ABΓ$ είναι $(ABΓ)=24\sqrt{3}$.

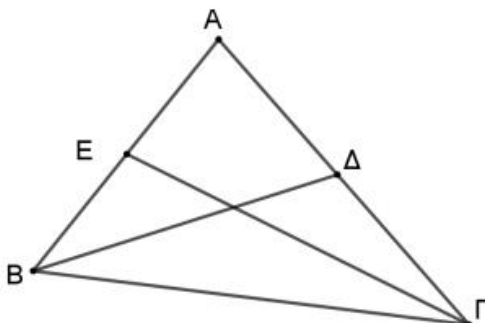
(Μονάδες 13)

β) Αν $B\Delta$ και $ΓE$ διάμεσοι του τριγώνου $ABΓ$, να αποδείξετε ότι :

i. Τα τρίγωνα BEG και AEG είναι ισοδύναμα. (Μονάδες 4)

ii. Τα τρίγωνα $EBΓ$ και $\Delta ΓB$ είναι ισοδύναμα με $(EBΓ)=(\Delta ΓB)=12\sqrt{3}$

(Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ , E , Z των πλευρών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$ αντίστοιχα τέτοια ώστε

$$\Delta B = \frac{1}{5} AB, \quad E\Gamma = \frac{1}{4} B\Gamma, \quad Z\Gamma = \frac{1}{2} A\Gamma$$

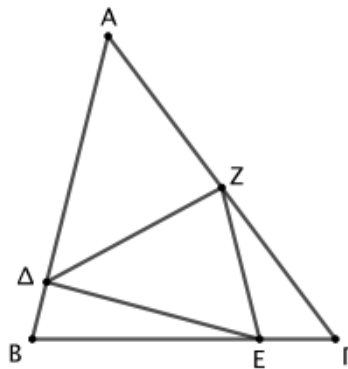
α) Να υπολογίσετε τους λόγους

$$\frac{(\Delta BE)}{(AB\Gamma)}, \frac{(E\Gamma Z)}{(AB\Gamma)}, \frac{(Z\Delta\Delta)}{(AB\Gamma)}$$

(Μονάδες 15)

β) Αν είναι $(AB\Gamma) = 120$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔEZ .

(Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma = 10$ και έστω ότι Δ είναι η προβολή της κορυφής A στην $B\Gamma$.

α) Αν $\Delta B = 2$ να υπολογίσετε:

i. το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$,

(Μονάδες 7)

ii. το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 5)

β) Υποθέστε ότι το σημείο A κινείται πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την $BΓ$.

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $ABΓ$ είναι $(ABΓ) = 5AΔ$.

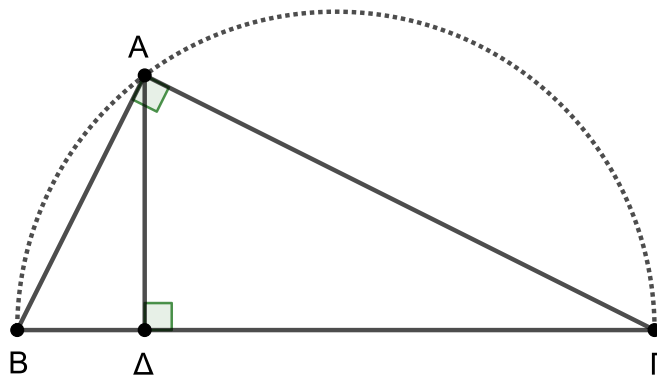
(Μονάδες 7)

ii. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Για όλες τις θέσεις του A πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την $BΓ$, το εμβαδόν του τριγώνου $ABΓ$ δεν υπερβαίνει το 25».

Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 4

Έστω $ABΓΔΕΖ$ κανονικό εξαγώνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Η διαγώνιος $AΔ$ του εξαγώνου είναι διάμετρος του κύκλου. (Μονάδες 6)
- ii. Οι γωνίες $\widehat{Γ\hat{A}Δ}$ και $\widehat{A\hat{Δ}Z}$ είναι ίσες. (Μονάδες 3)
- iii. Οι διαγώνιοι $AΓ$ και $ZΔ$ του εξαγώνου είναι παράλληλες. (Μονάδες 3)
- iv. Το τετράπλευρο $AΓΔZ$ είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του συναρτήσει της ακτίνας R του κύκλου. (Μονάδες 7)

β) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι σε κάθε κανονικό πολύγωνο με περισσότερες από πέντε πλευρές υπάρχουν τουλάχιστον δύο διαγώνιοι που να είναι παράλληλες. Συμφωνείτε με την άποψη αυτού του μαθητή; Να αιτιολογήσετε τον ισχυρισμό σας. (Μονάδες 6)

