

ΘΕΜΑ Δ

Δύο κιβώτια A και B με μάζες $m_A = 5 \text{ kg}$ και $m_B = 10 \text{ kg}$, κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα Ox. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$ του άξονα, κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο A κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_A = 10 \text{ m/s}$, ενώ το κιβώτιο B έχει αρχική ταχύτητα $v_0 = 30 \text{ m/s}$, και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο $a_B = 2 \text{ m/s}^2$ και φορά αντίθετη της ταχύτητας $\vec{v}_0$.

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

Μονάδες 5

Δ2) τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια A και B θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή t_0 .

Μονάδες 6

Δ3) τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα.

Μονάδες 8

Δ4) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ 11631

$$t_0 = 0s$$

$$t_{\Sigma} = ?$$

$$m_A = 5kg$$

$$u_A = 10 m/s = 62x8.$$



$$x_0 = 0m$$

$$m_B = 10kg$$

$$u_0$$

$$a_B$$

$$u=0$$



(Εξέρχεται στο Δ3 πώς κινείται το σώμα B)

$$u_0 = 30 m/s \text{ (προς τα δεξιά)}$$

$$a_B = -2 m/s^2 \text{ (αφού } \vec{a}_B \uparrow \downarrow \vec{u}_0)$$

$$\text{μέτρο: } |a_B| = 2 m/s^2$$

$$\Delta 1) A: u_A = 62x8. \Rightarrow \text{Ε.Ο.Κ.} \Rightarrow \Sigma F_A = 0N \text{ λόγω } 1^{\text{ου}} \text{ Νόμου του Newton}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{ή } u_A = 62x8. \Rightarrow a_A = \frac{\Delta u_A}{\Delta t} = 0 m/s^2 \\ \text{2ος Ν. Newton: } \Sigma F_A = m_A \cdot a_A = 0N \end{array} \right)$$

$$B: \Sigma F_B = m_B \cdot a_B = 10kg \cdot (-2 \frac{m}{s^2}) = -20N \text{ (προς αριστερά)}$$

δεν χρειάζεται να γίνει η ανάλυση

$$\Delta 2) A: \left[u_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x_A = u_A \Delta t \Rightarrow x_A - x_0 = u_A (t - t_0) \right]$$

$$t_0 = 0s \Rightarrow x_A = u_A \cdot t \Rightarrow \boxed{x_A = 10t} \text{ (S.I.)}$$

$x_0 = 0m \Rightarrow$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ανεξάρτητα

$$B: \Delta x_B = u_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_B \Delta t^2 \text{ ή}$$

$$x_B - x_0 = u_0 \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} |a_B| \cdot (t - t_0)^2 \xrightarrow[t_0 = 0s]{x_0 = 0m}$$

$$x_B = u_0 t - \frac{1}{2} |a_B| t^2 \Rightarrow x_B = 30t - \frac{1}{2} \cdot 2 t^2$$

$$\boxed{x_B = 30t - t^2} \text{ (S.I.)}$$

Την $\underline{t_\Sigma}$: $X_A = X_B \xrightarrow[(2)]{(1)} 10 t_\Sigma = 30 t_\Sigma - t_\Sigma^2 \Rightarrow$

$$t_\Sigma^2 + 10 t_\Sigma - 30 t_\Sigma = 0 \Rightarrow t_\Sigma^2 - 20 t_\Sigma = 0 \Rightarrow t_\Sigma (t_\Sigma - 20) = 0$$

$$\xrightarrow{t_\Sigma \neq 0s} t_\Sigma - 20 = 0 \Rightarrow t_\Sigma = 20s$$

$\Delta 3) \quad u_B = u_0 + a_B \Delta t \xRightarrow[\Delta t = t - t_0]{a_B = -|a_B|} u_B = u_0 - |a_B| \cdot t$
 $\Delta t = t$

$$\Rightarrow u_B = 30 - 2 \cdot t$$

Θέλει: $|u_A| = |u_B| \Rightarrow u_B = \pm u_A$

$t = t_1 \rightarrow u_B = +u_A \Rightarrow 30 - 2t_1 = 10 \Rightarrow 30 - 10 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 10s$

$t = t_2 \rightarrow u_B = -u_A \Rightarrow 30 - 2t_2 = -10 \Rightarrow 30 + 10 = 2t_2 \Rightarrow t_2 = 20s$

Είναι τυχίο
το ότι $t_2 = t_\Sigma$

Εξήγηση (δεν χρειάζεται)

Το σώμα Β αρχικά κινείται ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

Την $t = t_1 = 10s$ αποκτά ταχύτητα $u_B = +u_A$ και στη

συνέχεια $u_B < u_A$. Κάποια χρονική στιγμή σταματά.

(αυτά συμβαίνουν όταν: $u_B = 0 \Rightarrow 30 - 2t_3 = 0 \Rightarrow t_3 = 15s$)

Στη συνέχεια επιταχύνεται προς τα αριστερά αφού $\Sigma F_B = -20N$
 με επιτάχυνση $a_B = -2m/s^2$ (ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
 κίνηση προς τα αριστερά). Μετά από $\Delta t = 5s$ αποκτά

ταχύτητα $u_B = a_B \cdot \Delta t = -2 \frac{m}{s^2} \cdot 5s = -10 \frac{m}{s} = -u_A$

$$\Delta t = t_2 - t_3 \Rightarrow t_2 = \Delta t + t_3 = 20s.$$

Δ4

A: $\Delta K_A = 0$ αφού $K_A = \frac{1}{2} m_A u_A^2 = 62 \text{ J}$.

B: $\Delta K_B = \frac{1}{2} m_B u_B^2 - \frac{1}{2} m_B u_0^2 =$

$$= \frac{1}{2} m_B (u_B^2 - u_0^2) \quad \underline{u_B = +u_A = 10 \text{ m/s}}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kg} (10^2 - 30^2) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} =$$

$$= 5 \cdot (100 - 900) \text{ J} = -4000 \text{ J}$$

β' τρόπο

γ (2) $\Rightarrow^{t=t_1} x_B = 30 t_1 - t_1^2 = (30 \cdot 10 - 10^2) \text{ m} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x_B = (300 - 100) \text{ m} \Rightarrow x_B = 200 \text{ m}$$

Θ.Μ.Κ.Ε.: $\Sigma W = \Delta K_B \Rightarrow W_{\Sigma F} = \Delta K_B \Rightarrow$

$$\Delta K_B = \Sigma F \cdot x_B = -|\Sigma F| \cdot x_B$$

$$= -20 \text{ N} \cdot 200 \text{ m} = -4000 \text{ J}$$



η δύναμη είναι αντιστατική
ως μετατόνισης οπότε
το έργο είναι αρνητικό.