

ΘΕΜΑ Δ

Δύο κιβώτια A και B με μάζες $m_A = 5 \text{ kg}$ και $m_B = 10 \text{ kg}$, κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα Ox. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ s}$ τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση $x_0 = 0 \text{ m}$ του άξονα, κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο A κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_A = 10 \text{ m/s}$, ενώ το κιβώτιο B έχει αρχική ταχύτητα $v_0 = 30 \text{ m/s}$, και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο $a_B = 2 \text{ m/s}^2$ και φορά αντίθετη της ταχύτητας \vec{v}_0 .

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

Μονάδες 5

Δ2) τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια A και B θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή t_0 .

Μονάδες 6

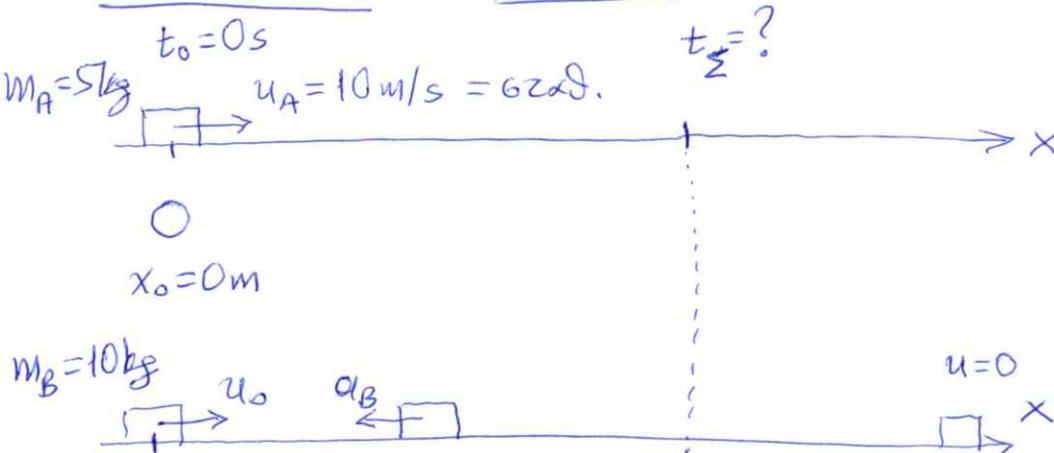
Δ3) τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα.

Μονάδες 8

Δ4) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ 11631



$t_{\Sigma} = ?$

$u_0 = 30 \text{ m/s}$ (η προς τα δεξιά)

$a_B = -2 \text{ m/s}^2$ (αφού $\vec{a}_B \uparrow \downarrow \vec{u}_0$)

μέτρο: $|a_B| = 2 \text{ m/s}^2$

(εξυγνώ στο Δ3 πώς κινείται το σώμα B)

Δ1) A: $u_A = 6 \text{ zax}$. \Rightarrow E.O.K. $\Rightarrow \Sigma F_A = 0 \text{ N}$ λόγω 1^{ου} Νόμου του Newton

$$\left(\begin{array}{l} \eta \quad u_A = 6 \text{ zax} \Rightarrow a_A = \frac{\Delta u_A}{\Delta t} = 0 \text{ m/s}^2 \\ \text{2^{ος} Ν. Newton: } \Sigma F_A = m_A \cdot a_A = 0 \text{ N} \end{array} \right)$$

B: $\Sigma F_B = m_B \cdot a_B = 10 \text{ kg} \cdot (-2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) = -20 \text{ N}$
 (η προς αριστερά)

δεν χρειάζεται να γίνει η ανάλυση

Δ2) A: $\left[u_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x_A = u_A \Delta t \Rightarrow x_A - x_0 = u_A (t - t_0) \right]$

$t_0 = 0 \text{ s}$
 $x_0 = 0 \text{ m}$
 $x_A = u_A \cdot t \Rightarrow x_A = 10t$ (S.I.)

η άρα να χρησιμοποιηθεί και ανεξάρτητα

B: $\Delta x_B = u_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_B \Delta t^2$ η

$x_B - x_0 = u_0 \cdot (t - t_0) - \frac{1}{2} |a_B| \cdot (t - t_0)^2$ $\xrightarrow[t_0=0 \text{ s}]{x_0=0 \text{ m}}$

$x_B = u_0 t - \frac{1}{2} |a_B| t^2 \Rightarrow x_B = 30t - \frac{1}{2} \cdot 2 t^2$

$x_B = 30t - t^2$ (S.I.)
 (2)

Την $\underline{t_\Sigma}$: χρόνος συνάντησης

$$X_A = X_B \xrightarrow[(2)]{(1)} 10t_\Sigma = 30t_\Sigma - t_\Sigma^2 \Rightarrow$$

$$t_\Sigma^2 + 10t_\Sigma - 30t_\Sigma = 0 \Rightarrow t_\Sigma^2 - 20t_\Sigma = 0 \Rightarrow t_\Sigma(t_\Sigma - 20) = 0$$

$$\xrightarrow{t_\Sigma \neq 0s} t_\Sigma - 20 = 0 \Rightarrow t_\Sigma = 20s$$

$\Delta 3)$ $u_B = u_0 + a_B \Delta t \xrightarrow{a_B = -|a_B|} u_B = u_0 - |a_B| \cdot t$
 $\Delta t = t - t_0$
 $\Delta t = t$

$$\Rightarrow u_B = 30 - 2 \cdot t$$

Θέλει: $|u_A| = |u_B| \Rightarrow u_B = \pm u_A$

$$t = t_1 \rightarrow u_B = +u_A \Rightarrow 30 - 2t_1 = 10 \Rightarrow 30 - 10 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 10s$$

$$t = t_2 \rightarrow u_B = -u_A \Rightarrow 30 - 2t_2 = -10 \Rightarrow 30 + 10 = 2t_2 \Rightarrow t_2 = 20s$$

Είναι σωστό
το ότι $t_2 = t_\Sigma$

Εξήγηση (δεν χρειάζεται)

Το σώμα Β αρχικά κινείται ευθύγραμμω ομαλά επιβραδυνόμενα

Την $t = t_1 = 10s$ αποκτά ταχύτητα $u_B = +u_A$ και στη

συνέχεια $u_B < u_A$. Κάνει χρονική ευθεία σταθερά.

(αυτά συμβαίνει όταν: $u_B = 0 \Rightarrow 30 - 2t_3 = 0 \Rightarrow t_3 = 15s$)

Στη συνέχεια επιταχύνεται προς τα αριστερά αφού $\Sigma F_B = -20N$
 με επιτάχυνση $a_B = -2m/s^2$ (ευθύγραμμω ομαλά επιταχυνόμενα

κίνηση προς τα αριστερά). Μετά από $\Delta t = 5s$ αποκτά

ταχύτητα $u_B = a_B \cdot \Delta t = -2 \frac{m}{s^2} \cdot 5s = -10 \frac{m}{s} = -u_A$

$$\Delta t = t_2 - t_3 \Rightarrow t_2 = \Delta t + t_3 = 20s.$$

Δ4

A: $\Delta K_A = 0$ αφού $K_A = \frac{1}{2} m_A u_A^2 = 62 \text{ J}$.

B: $\Delta K_B = \frac{1}{2} m_B u_B^2 - \frac{1}{2} m_B u_0^2 =$
 $= \frac{1}{2} m_B (u_B^2 - u_0^2) \quad \underline{u_B = +u_A = 10 \text{ m/s}}$

$= \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ kg} (10^2 - 30^2) \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} =$

$= 5 \cdot (100 - 900) \text{ J} = -4000 \text{ J}$

β' τράμας

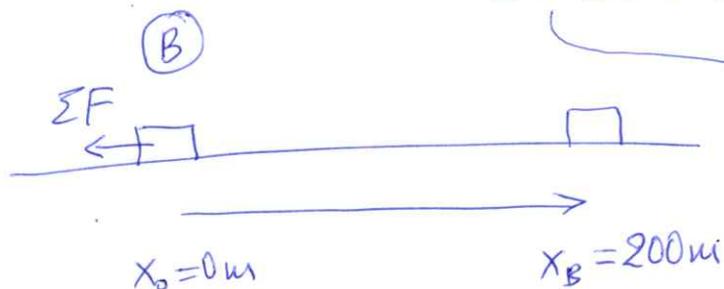
η (2) \Rightarrow $x_B = 30 t_1 - t_1^2 = (30 \cdot 10 - 10^2) \text{ m} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_B = (300 - 100) \text{ m} \Rightarrow x_B = 200 \text{ m}$

Θ.Μ.Κ.Ε.: $\Sigma W = \Delta K_B \Rightarrow W_{\Sigma F} = \Delta K_B \Rightarrow$

$\Delta K_B = \Sigma F \cdot x_B = -|\Sigma F| \cdot x_B$

$= -20 \text{ N} \cdot 200 \text{ m} = -4000 \text{ J}$



η δύναμη είναι αντιστατική ως μετατόνισης οπότε το έργο είναι αρνητικό.