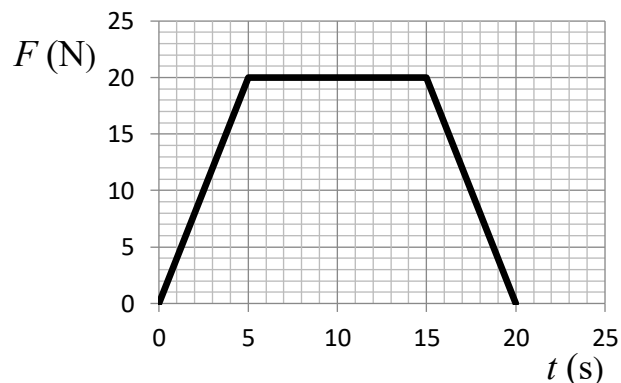


ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή $t = 0$ s ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη σταθερής διεύθυνσης. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(α) Στο χρονικό διάστημα από 15 s έως 20 s το σώμα επιβραδύνεται γιατί η δύναμη που του ασκείται είναι μικρότερη από τη δύναμη το χρονικό διάστημα από 5 s έως 15 s.

(β) Το χρονικό διάστημα από 5 s έως 15 s το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

(γ) Για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s η ταχύτητα του σώματος συνεχώς αυξάνει.

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση μέτρου a και αρχική ταχύτητα v_0 .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν η ταχύτητα του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

(α) $S = \frac{3v_0^2}{8a}$

(β) $S = \frac{3v_0^2}{4a}$

(γ) $S = \frac{2v_0^2}{3a}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.1 A) Σωστή απάντηση: (γ)

(γ) Για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s η ταχύτητα του σώματος συνεχώς αυξάνει.

B) Εφόσον το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο δεν υπάρχει τριβή και άρα η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα ισούται με την οριζόντια δύναμη της οποίας το διάγραμμα σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται στην εκφώνηση.

Η αλγεβρική τιμή της δύναμης παραμένει συνεχώς θετική μεταξύ των χρονικών στιγμών 0 και 20s, συνεπώς η κατεύθυνση της δύναμης είναι συνεχώς ίδια π.χ. προς τα δεξιά. Από το 2^ο Νόμο του Newton συμπεραίνουμε ότι και η επιτάχυνση, που είναι ομόρροπη της συνισταμένης δύναμης, παραμένει συνεχώς στην ίδια κατεύθυνση π.χ. προς τα δεξιά. Το μέτρο της επιτάχυνσης δεν είναι σταθερό, αλλά μεταβάλλεται με παρόμοιο τρόπο με τη δύναμη, δηλαδή αρχικά αυξάνεται, μετά είναι σταθερή και τελικά μειώνεται μέχρις ότου μηδενιστεί. Αφού το σώμα είναι αρχικά ακίνητο και η επιτάχυνσή του είναι συνεχώς προς την ίδια κατεύθυνση, το σώμα θα εκτελέσει ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση (ΟΧΙ ομαλά επιταχυνόμενη) και επομένως η ταχύτητά του συνεχώς αυξάνεται.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Πολλοί μαθητές/μαθήτριες θεώρησαν ότι το διάγραμμα περιέγραφε την ταχύτητα του σώματος και κατέληξαν σε άλλη απάντηση. Το διάγραμμα έδειχνε τη συμπεριφορά της δύναμης, άρα και της επιτάχυνσης με τον χρόνο. Το σώμα συνεχώς επιταχύνεται παρά το ότι το μέτρο της επιτάχυνσης δεν είναι συνεχώς σταθερό και άρα η ταχύτητα του σώματος συνεχώς αυξάνεται.

2.2 A) Σωστή επιλογή: (α) $S = \frac{3v_0^2}{8a}$

B) 1^{ος} τρόπος: Στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση ισχύουν οι σχέσεις:

$$v = v_0 - a t \quad (1) \quad \text{και} \quad x = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (2), \quad \text{όπου } a \text{ το μέτρο της επιτάχυνσης}$$

Βρίσκουμε από την (1) τη χρονική στιγμή που υποδιπλασιάζεται η ταχύτητα, δηλαδή τότε γίνεται το μέτρο της ίσο με το μισό του αρχικού μέτρου της:

$$v = \frac{v_0}{2} \Rightarrow \frac{v_0}{2} = v_0 - a t \Rightarrow a t = v_0 - \frac{v_0}{2} \Rightarrow a t = \frac{v_0}{2} \Rightarrow t = \frac{v_0}{2a}$$

Το ζητούμενο διάστημα S προκύπτει αν αντικαταστήσουμε αυτή τη χρονική στιγμή στη σχέση (2):

$$S = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = v_0 \left(\frac{v_0}{2a} \right) - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_0}{2a} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2a} - \frac{v_0^2}{8a} = \frac{3v_0^2}{8a}$$

Συγγραφή λύσης: Γεώργιος Κεφαλιακός (1^ο ΓΕΛ Χαλανδρίου)

2^{ος} τρόπος (βρέθηκαν τέτοιες λύσεις, αλλά μόνο μία ήταν σωστή)

Κάποιοι μαθητές θέλησαν να χρησιμοποιήσουν τον έτοιμο τύπο:

$$S_{stop} = \frac{v_0^2}{2a} \quad (3)$$

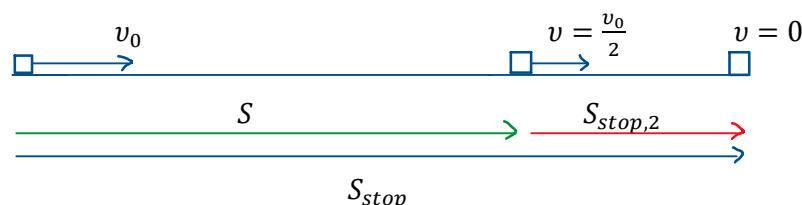
Αυτός ο τύπος δίνει το διάστημα που διανύει το σώμα κινούμενο ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενα από τη στιγμή που έχει αρχική ταχύτητα v_0 μέχρις ότου η ταχύτητά του μηδενιστεί. Η σχέση αυτή προκύπτει από τη (2) αν θέσουμε όπου $t = \frac{v_0}{a}$ (που είναι η χρονική στιγμή μηδενισμού της ταχύτητας, όπως προκύπτει από την (1) για $v = 0$).

Είναι λάθος να θέσουμε στην (3) απλά όπου v_0 το $\frac{v_0}{2}$ και να θεωρήσουμε ότι αυτό δίνει τη σωστή απάντηση:

$$S_{stop,2} = \frac{\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{2a} = \frac{v_0^2}{8a} \quad (4)$$

Αυτό είναι το διάστημα που διανύει το σώμα καθώς η ταχύτητά του μεταβάλλεται από $\frac{v_0}{2}$ σε 0. Η ζητούμενη απάντηση προκύπτει αν αφαιρέσουμε τις (3) και (4):

$$S = S_{stop} - S_{stop,2} = \frac{v_0^2}{2a} - \frac{v_0^2}{8a} = \frac{3v_0^2}{8a}$$



3^{ος} τρόπος (ενεργειακά) – (βρέθηκε τέτοια λύση, αλλά με ατέλειες)

Σύμφωνα με το 2^ο Νόμο του Newton η συνισταμένη δύναμη είναι ανάλογη της επιτάχυνσης, άρα το ίδιο ισχύει και για τα μέτρα τους:

$$\Sigma F = ma$$

όπου ΣF είναι το μέτρο της συνισταμένης δύναμης και a το μέτρο της επιτάχυνσης.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. (η συνισταμένη δύναμη έχει κατεύθυνση αντίθετη της κίνησης):

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_{\Sigma F} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow -\Sigma F \cdot S = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow$$

$$-ma \cdot S = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow -a \cdot S = \frac{v_0^2}{8} - \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow -a \cdot S = -\frac{3v_0^2}{8} \Rightarrow S = \frac{3v_0^2}{8a}$$