

◆ Απόσταση σημείου από ευθεία

Έστω ε μια ευθεία του καρτεσιανού επιπέδου, με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ και $M_0(x_0, y_0)$ ένα σημείο εκτός αυτής. Για την απόσταση $d(M_0, \varepsilon)$ του σημείου M_0 από την ευθεία ε , έχουμε:

$$d(M_0, \varepsilon) = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Για παράδειγμα, η απόσταση του σημείου $M_0(-1, 2)$ από την ευθεία $\varepsilon : 4x + 3y + 8 = 0$ είναι ίση με

$$d(M_0, \varepsilon) = \frac{|4(-1) + 3 \cdot 2 + 8|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2.$$

Σχόλια:

- Για να εφαρμοστεί ο παραπάνω τύπος η ευθεία πρέπει υποχρεωτικά να έχει τη μορφή $Ax + By + \Gamma = 0$.
- Για δύο παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1 : y = \lambda x + \beta_1$ και $\varepsilon_2 : y = \lambda x + \beta_2$, η απόστασή τους

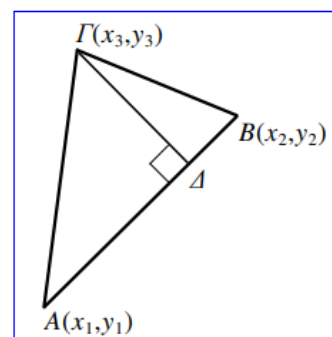
δίνεται από τον τύπο $d(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{|\beta_1 - \beta_2|}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$

- Ισχύει $d(M_0, \varepsilon) = 0 \Leftrightarrow M_0 \in (\varepsilon)$

◆ Υπολογισμός Εμβαδού Τριγώνου

Έστω $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ και $\Gamma(x_3, y_3)$ τρία σημεία του καρτεσιανού επιπέδου. Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})|.$$



ΑΣΚΗΣΗ 1

Να βρείτε την απόσταση του σημείου $A(-2,3)$ από την ευθεία

(i) $x+y+1=0$

(ii) $y=2x-3$

(iii) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

(iv) $5x+3y+1=0$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 5x-8y-51=0$ και $\varepsilon_2: 5x-8y+68=0$.

(i) Να δείξετε ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$

(ii) Να υπολογίσετε τις αποστάσεις της αρχής των αξόνων από τις ε_1 και ε_2

(iii) Να υπολογίσετε την απόσταση των ε_1 και ε_2 .

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 4x-3y-9=0$ και $\varepsilon_2: 4x-3y-24=0$.

(i) Να δείξετε ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$

(ii) Να βρείτε ένα σημείο της ε_1 και στη συνέχεια να υπολογίσετε την απόσταση των ε_1 και ε_2 .

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές:

(i) $A(0,0)$, $B(6,0)$, $\Gamma(4,3)$

(ii) $A(-2,4)$, $B(2,-6)$, $\Gamma(5,4)$

(iii) $A(1,2)$, $B(3,4)$, $\Gamma(-5,-4)$.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνονται τα σημεία $A(5,1)$ και $B(1,3)$. Να βρείτε το σημείο M του άξονα $x'x$, για το οποίο το εμβαδόν του τριγώνου MAB είναι ίσο με 7.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Ενός παραλληλόγραμμου $AB\Gamma\Delta$ οι τρεις κορυφές του έχουν συντεταγμένες $(-3,1)$, $(-2,3)$ και $(4,-5)$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΤΡΑΠΕΖΑΣ

ΘΕΜΑ 2 20926

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: x - 2y = 1$ και τα σημεία $A(0,2)$, $B(1,0)$.

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο B ανήκει στην ευθεία ενώ το σημείο A δεν είναι σημείο

της ε . β) Να βρείτε την απόσταση του σημείου A από την ευθεία ε .

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση του A από το B και να αποδείξετε ότι η προβολή του A στην ευθεία ε είναι το B .

ΘΕΜΑ 2 18733

Δίνονται τα σημεία $A(4,3)$, $B(1,1)$ και $\Gamma(6,0)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$ είναι κάθετα.

γ) Δίνεται το σημείο $M\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Να δείξετε ότι $(MA) = (MB)$.

ΘΕΜΑ 2 20885

Η ευθεία ε διέρχεται από το σημείο $A(-3, -1)$ και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\frac{3\pi}{4}$. α)

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε .

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδό του τριγώνου, που σχηματίζει η ευθεία ε με τους άξονες $x'x$ και $y'y$, είναι: $E = 8$.

ΘΕΜΑ 2 16425

Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: y = \frac{2}{3}x + 1$ και $\varepsilon_2: x = \frac{3}{2}y + 9$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$. β) Να υπολογίσετε την απόσταση των ευθειών ε_1 και ε_2 .