

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΣΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ – ΤΑΞΗ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 13x + \beta$. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το πολυώνυμο $x^2 - x - 6$ να βρείτε τα $a, \beta \in \mathbb{R}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ένα πολυώνυμο $Q(x)$ διαιρούμενο με το $x - 2$ αφήνει υπόλοιπο 10 και με το $x + 3$ αφήνει υπόλοιπο 5. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το $(x - 2)(x + 3)$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^4 + x^3 - (a^3 + 1)x^2 - a^2x + 4$.

α) Να προσδιοριστεί το $a \in \mathbb{R}$ ώστε το $P(x)$ να έχει παράγοντα το $x + 1$.

β) Αν $a = 2$: i) Να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$ ii) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \leq 0$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού x για τις οποίες ισχύει:

- | | |
|--|-----------------------------|
| α) $x^3 - 2x^2 - x + 2 > 0$ | β) $x^3 + 3x \geq 5x^2 - 9$ |
| γ) $3x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x - 2 \leq 0$ | δ) $x^4 - 3x^3 + 6x \leq 4$ |

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^3 - (a + \beta)x^2 + \beta x + 1$, $a, \beta \in \mathbb{R}$

α) Αν $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$ και $P(-1) = 23$, να αποδείξετε ότι $a = -6$ και $\beta = -5$.

β) Να γίνει η διαίρεση του $P(x)$, $a = -6$ και $\beta = -5$, με το πολυώνυμο $2x + 1$ και να γραφεί το $P(x)$ με την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

γ) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 7$ για $a = -6$ και $\beta = -5$.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 8x^3 + (5a - 1)x^2 + 8x - 3a - 6$ όπου $a \in \mathbb{R}$.

α) Να κάνετε την διαίρεση του $P(x)$ δια του $x^2 - 1$ και να γράψετε την σχετική ταυτότητα της διαίρεσης.

β) Να βρείτε την τιμή του a , ώστε η παραπάνω διαίρεση να είναι τέλεια.

γ) Για $a = 3$ να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$, καθώς και τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

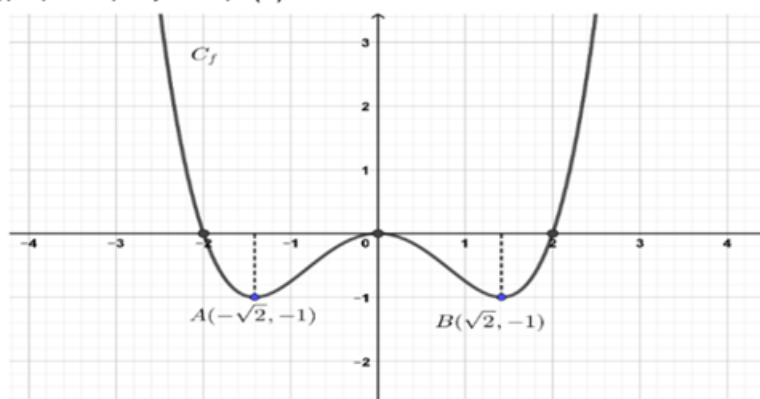
ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνεται η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια.

β) Αν γνωρίζετε ότι τα σημεία $A(-\sqrt{2}, -1)$ και $B(\sqrt{2}, -1)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση της f να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f .

γ) Να λύσετε γραφικά την εξίσωση $f(x) = 0$.

**ΑΣΚΗΣΗ 8**

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^4 + x^3 + ax - 4$ και $\delta(x) = x^2 - 3x + 2$. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $\delta(x)$, είναι το πολυώνυμο $u(x) = 24x - 24$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού a .

β) Για $a = 2$,

i. να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 1$.

ii. να βρείτε τα σημεία τομής του άξονα $x'x$ με την γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$.

iii. να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες, η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

ΑΣΚΗΣΗ 9

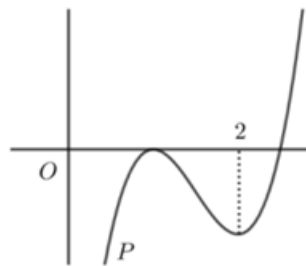
α) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 5$, με $x \in \mathbb{R}$.

i) Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $(x - 1)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσής

του με $(x - 2)$ είναι -1 , να δείξετε ότι: $\begin{cases} 2a + b = -6 \text{ και} \\ a + b = 3 \end{cases}$

ii) να δείξετε ότι $a = -9$ και $b = 12$.

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ είναι κάτω από τον άξονα $x'x$.



γ) Αν η γραφική παράσταση της $P(x)$ είναι η ακόλουθη, να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της.