

1^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
2. Υπάρχει συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία A(1,2) και B(1,3).
3. Η συνάρτηση $f: [-1,3] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x)=3x^2$ είναι άρτια.
4. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 3^x$, τότε ισχύει $f(2) > f(3)$
5. Η λογαριθμική συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_{\alpha} x$ με $0 < \alpha < 1$ είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα

A2) Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-\rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho)=0$

ΘΕΜΑ 2

2-15175

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$.

α) Να αποδείξετε ότι το 1 είναι μία ρίζα του πολυωνύμου.

β) Να αποδείξετε ότι $P(x) = (x - 1) \cdot (x^2 + 1)$.

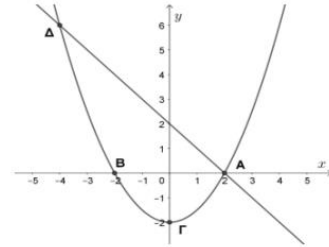
γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(w) = w^2 - 101w + 100$.

Γ1) Να επιλυθεί η ανίσωση $f(w) < 0$ και στη συνέχεια

Γ2) η ανίσωση $10^{2x} - 101 \cdot 10^x + 100 < 0$.

ΘΕΜΑ 4**4-14294**

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$ και της ευθείας $g(x) = -x + 2$.

α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία A, B, Γ , να βρείτε τις τιμές των α, β, γ .

β) Αν $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 0$ και $\gamma = -2$, να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής.

γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.

2^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**ΘΕΜΑ 1**

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και έχει ρίζα τον αριθμό 1, τότε θα ισχύει $f(0) < 0$.
2. Αν μία συνάρτηση f είναι άρτια, τότε η $-f$ είναι περιττή.
3. Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \ln x$ είναι άρτια.
4. Υπάρχει γωνία ω ώστε $\eta\mu\omega = 0,05$.
5. Το σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.

A2) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi = 1$.

ΘΕΜΑ 2**2-15999**

Δίνεται η παράσταση $A = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \eta\mu(-\theta)$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = \eta\mu\theta$.

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A , όταν $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ και $\sin\theta = \frac{12}{13}$.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{16 - x^2}$

Γ1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Γ2) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

Γ3) Υπάρχει συμμετρία στη γραφική της παράσταση;

ΘΕΜΑ 4**4-15431**

α) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 5$, με $x \in \mathbb{R}$.

- i. Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $(x - 1)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με $(x - 2)$ είναι -1 , να δείξετε ότι:

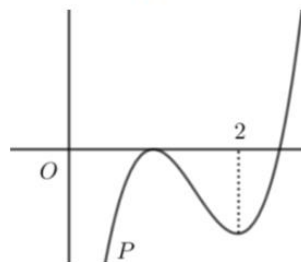
$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = -6 \\ \text{και} \\ \alpha + \beta = 3 \end{cases}.$$

- ii. Να δείξετε ότι $\alpha = -9$ και $\beta = 12$.

β) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η γραφική

παράσταση της συνάρτησης $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$ είναι κάτω από τον άξονα $x'x$.

γ) Αν η γραφική παράσταση της $P(x)$ είναι η ακόλουθη, να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της.



3^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν σε ένα γραμμικό σύστημα οι συντελεστές είναι ανάλογοι , τότε το σύστημα είναι κατ' ανάγκη αδύνατο
2. Όταν οι συντελεστές και ο σταθερός όρος πολυωνύμου είναι ομόσημοι αριθμοί τότε το πολυώνυμο δεν έχει θετικές ρίζες.
3. Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα, τότε η $-f$ είναι γνησίως φθίνουσα.
4. Εάν μια γωνία ϕ είναι αρνητική τότε ένας τουλάχιστον από τους $\eta\mu\phi$ και $\sigma\upsilon\eta\phi$ είναι επίσης αρνητικός.
5. Εάν μια γωνία ω αυξηθεί κατά π , τότε το $\sigma\upsilon\eta\omega$ και το $\eta\mu\omega$ αλλάζουν πρόσημο.

A2) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$

είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$, δηλαδή $u = P(\rho)$.

ΘΕΜΑ 2

2-20941

α) Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 5x - y = 5 \\ -5x + y = 2 \end{cases}.$$

β) Να σχεδιάσετε τις ευθείες $(\varepsilon_1): 5x - y = 5$ και $(\varepsilon_2): -5x + y = 2$ και να ερμηνεύσετε γραφικά το αποτέλεσμα του α) ερωτήματος.

ΘΕΜΑ 3

Γ1) Αν το πολυώνυμο $P(x)=3x^3+Ax^2-4x-4$ έχει παράγοντα το $(3x+2)$ ναδειχθεί ότι $A=5$

Γ2) Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση $3x^3+5x^2-4x-4$

Γ3) Να βρεθούν οι τιμές του τόξου ω , $0^\circ < \omega < 180^\circ$ ώστε να ισχύει $3\eta\mu^3\omega + 5\eta\mu^2\omega - 4\eta\mu\omega - 4 = 0$.

ΘΕΜΑ 4**4-15591**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{a}{a+5}\right)^x$.

α) Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f είναι εκθετική και ορίζεται στους πραγματικούς αριθμούς.

β) Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

γ) Για τη μεγαλύτερη τιμή του $a \in \mathbb{Z}$ για την οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα εκθετική με βάση ακέραιο αριθμό, να λύσετε την εξίσωση:

$$f(x) + f(x+1) = 14$$

4^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**ΘΕΜΑ 1**

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Υπάρχει γνησίως μονότονη συνάρτηση που διέρχεται από τα σημεία A (1,2), B(2,1) και Γ (3,3).
2. Η συνάρτηση $F:[0,2] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 2x^3$ είναι περιττή.
3. Εάν ο γ αλλάξει πρόσημο, τότε αλλάζει και το πρόσημο του ημγ και του συνγ.
4. Για οποιαδήποτε γωνία x ισχύει: $\eta\mu x^2 = \eta\mu^2 x$.
5. Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$.

A2) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

ΘΕΜΑ 2**2-15989**

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$.

α) Δίνεται ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει μοναδική ακέραια ρίζα. Να προσδιορίσετε τη μοναδική ακέραια ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του $P(x)$ και να το γράψετε ως γινόμενο πρωτοβαθμίων παραγόντων.

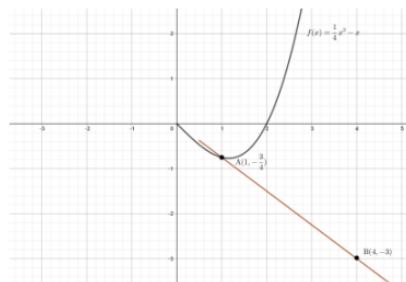
ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{5x^3 + 1}{x^2 - 1} + \frac{3}{1 - x}$

Γ1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

Γ2) Να επιλυθεί η εξίσωση $f(x) = 2$.

Γ3) Να επιλυθεί η ανίσωση $f(x) \geq 2$.



ΘΕΜΑ 4

4-17919

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x$, $x \in \mathbb{R}$ και η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $A\left(1, -\frac{3}{4}\right)$ και $B(4, -3)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB.

β) i. Να αποδείξετε ότι $f(-x) = -f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

ii. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της f για $x < 0$.

γ) Αν η ευθεία AB έχει εξίσωση $y = -\frac{3}{4}x$, με χρήση του β) ερωτήματος ή με όποιον άλλο

τρόπο θέλετε, να βρείτε τα κοινά σημεία της ευθείας με την γραφική παράσταση της f .

5^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Υπάρχουν γωνίες ω τέτοιες ώστε $\eta\omega + \sigma\upsilon\omega = 1$.
2. Αν $\eta\mu x = 0$ τότε $\sigma\upsilon\eta x = 0$.
3. Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
4. Ο δεκαδικός λογάριθμος λέγεται και Κοινός λογάριθμος.
5. Αν η μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης είναι -1 τότε η εξίσωση $f(x)=0$ είναι αδύνατη.

A2) Να αποδείξετε ότι Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:

$$\log_{\alpha}(\theta_1\theta_2) = \log_{\alpha}\theta_1 + \log_{\alpha}\theta_2.$$

ΘΕΜΑ 2**2-20807**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi + x) + \eta\mu(-x)$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -2\eta\mu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και να βρείτε την περίοδο αυτής.

β) i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x) = -2\eta\mu x$					

ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f για $0 \leq x \leq 2\pi$.

ΘΕΜΑ 3

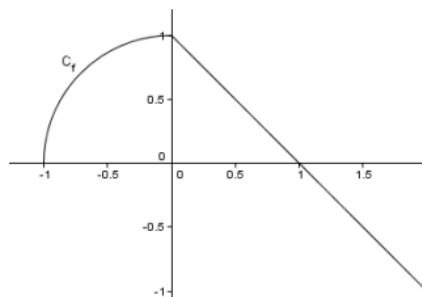
Να επιλυθούν οι εξισώσεις:

Γ1) $2^{\sin x} + 2 \cdot 2^{-\sin x} - 3 = 0$ στο $[0, 2\pi]$

Γ2) $e^{3 \cdot \ln x} = 7 e^{\ln x} - 6$

ΘΕΜΑ 4**4-18231**

Έστω $f: [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ μια συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση C_f φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Να βρείτε τη μονοτονία και τη μέγιστη τιμή της.

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(-\frac{3}{5}\right)$, $f\left(-\frac{5}{9}\right)$

γ) Αν ο τύπος της συνάρτησης είναι $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}$,

να βρείτε τους αριθμούς $f(\sin 120^\circ)$, $f(\eta\mu 120^\circ)$

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x-2)$, $x \geq 1$.