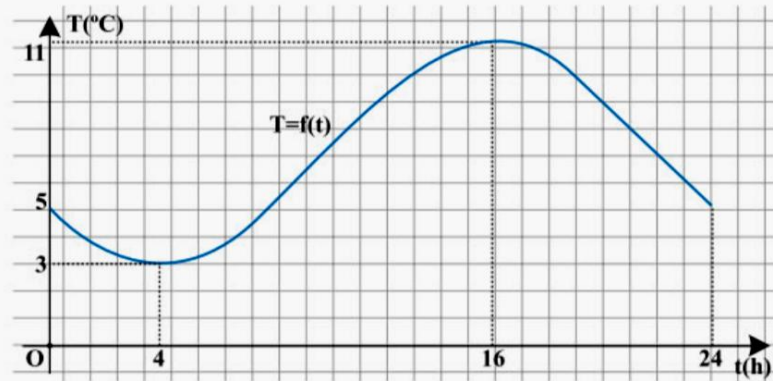
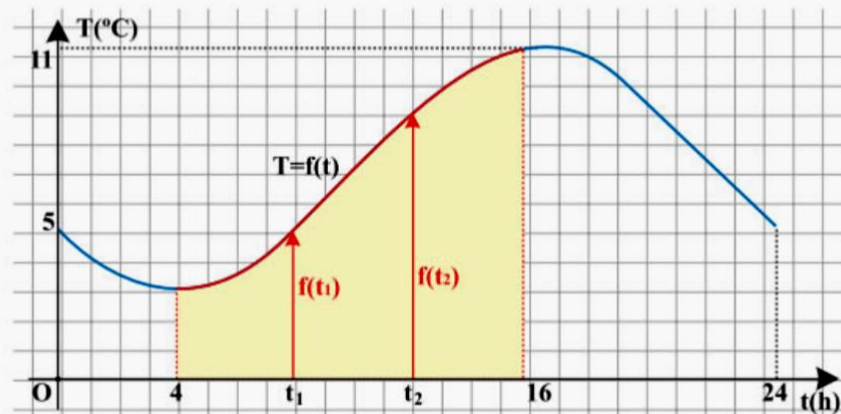


ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $T = f(t)$ που εκφράζει τη θερμοκρασία T ενός τόπου συναρτήσει του χρόνου t κατά το χρονικό διάστημα από τα μεσάνυχτα μιας ημέρας ($t = 0$) μέχρι τα μεσάνυχτα της επόμενης μέρας ($t = 24$).



α) Παρατηρούμε ότι στο διάστημα $[4, 16]$ η γραφική παράσταση της θερμοκρασίας ανέρχεται.



Αυτό σημαίνει ότι στο διάστημα αυτό, με την πάροδο του χρόνου, η θερμοκρασία αυξάνεται, δηλαδή για οποιαδήποτε $t_1, t_2 \in [4, 16]$ με $t_1 < t_2$ ισχύει:

$$f(t_1) < f(t_2)$$

Για το λόγο αυτό λέμε ότι η συνάρτηση $T = f(t)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[4, 16]$.

Γενικά:

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως αύξουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει:

$$f(x_1) < f(x_2),$$

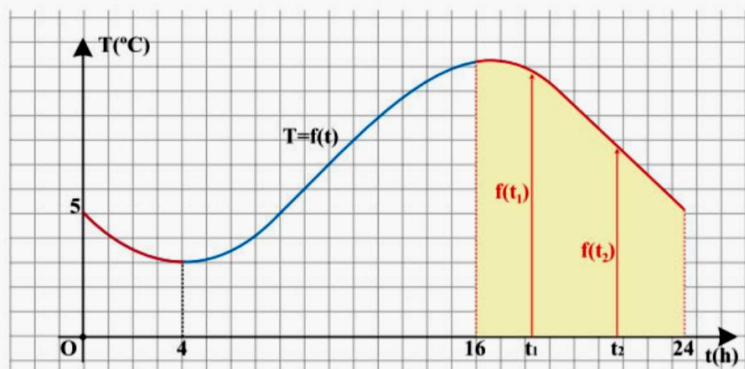
Για να δηλώσουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ γράφουμε $f \uparrow \Delta$.

Για παράδειγμα, η συνάρτηση $f(x) = 2x - 3$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

Γενικά:

Η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$, με $a > 0$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

β) Στο ίδιο σχήμα, παρατηρούμε επιπλέον ότι στο διάστημα $[16, 24]$ η γραφική παράσταση της θερμοκρασίας κατέρχεται.



Αυτό σημαίνει ότι στο διάστημα αυτό, με την πάροδο του χρόνου, η θερμοκρασία μειώνεται, δηλαδή για οποιαδήποτε $t_1, t_2 \in [16, 24]$ με $t_1 < t_2$ ισχύει:

$$f(t_1) > f(t_2)$$

Για το λόγο αυτό λέμε ότι η συνάρτηση $T = f(t)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[16, 24]$.

Γενικά:

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως φθίνουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει:

$$f(x_1) > f(x_2),$$

Για να δηλώσουμε ότι η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ γράφουμε $f \searrow \Delta$.

Για παράδειγμα, η συνάρτηση $f(x) = -2x + 5$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

Γενικά:

Η συνάρτηση $f(x) = ax + b$, με $a < 0$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

Μια συνάρτηση που είναι είτε γνησίως αύξουσα είτε γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ λέγεται **γνησίως μονότονη** στο Δ .

Μονοτονία συνάρτησης

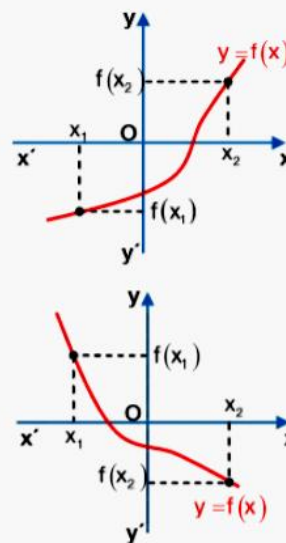
- Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως αύξουσα** σ' ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ είναι $f(x_1) < f(x_2)$.

Συμβολισμός: Για να δηλώσουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα Δ , γράφουμε: $f \nearrow \Delta$.

- Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως φθίνουσα** σ' ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ είναι

$$f(x_1) > f(x_2)$$

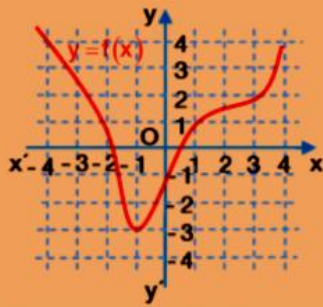
Συμβολισμός: Για να δηλώσουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ , γράφουμε: $f \searrow \Delta$.



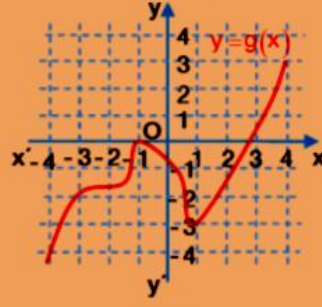
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας καθεμιάς από τις παρακάτω συναρτήσεις:

α)



β)



2. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας των παρακάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = 3x - 4$

ii. $g(x) = 2 - x^3$

iii. $h(x) = \frac{3}{x-2}$