

Η ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Η Προβολική Γεωμετρία είναι μία μη Ευκλείδεια Γεωμετρία, επειδή σε αυτή δεχόμαστε ότι δεν ορίζεται η έννοια της παραλληλίας. Προέκυψε από μία αισθητική ανάγκη. Πρόκειται για την προσπάθεια να αποτυπωθεί η τρισδιάστατη πραγματικότητα στον διδιάστατο ζωγραφικό πίνακα, έτσι ώστε να δημιουργείται η εντύπωση του βάθους που καλείται **προοπτική**.

Ο **Απολλώνιος ο Περγεύς** (~270-200 π.Χ) στο έργο του «Κώνου Τομαί» μελέτησε σε βάθος την έλλειψη, την παραβολή και την υπερβολή σαν τομές ορθού κυκλικού κώνου με ένα επίπεδο μεταβαλλόμενης κλίσης. Η ιδέα αυτή μπορεί να θεωρηθεί και σαν απαρχή της Προβολικής Γεωμετρίας, αφού οι καμπύλες αυτές είναι προβολές από την κορυφή του κώνου της κυκλικής βάσης στα διάφορα επίπεδα, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.

Οι κανόνες της προοπτικής συστηματοποιήθηκαν κυρίως στη διάρκεια της Αναγέννησης από τους Leonardo da Vinci (1452-1519), Albrecht Dürer (1471-1528), Michelangelo Buonarroti (1475-1564) και Raffaello Sanzio (1483-1520). Πολλοί από τους μεγάλους ζωγράφους της Αναγέννησης είχαν σοβαρές γνώσεις μαθηματικών και μηχανικής, για αυτό και οι κανόνες της προοπτικής είχαν σοβαρό μαθηματικό υπόβαθρο και αποτέλεσαν τη βάση για την μεταγενέστερη ανάπτυξη της Προβολικής Γεωμετρίας σε αυτοτελή κλάδο των μαθηματικών.

Ας δούμε τη διαδικασία αποτύπωσης των εικόνων στο ζωγραφικό πίνακα. Υποθέτουμε ότι ο ζωγραφικός πίνακας (το επίπεδο (Π) στο σχήμα μας) είναι γυάλινος και κάθετος στο οριζόντιο επίπεδο (Ε) στο οποίο στέκεται ο ζωγράφος το μάτι του οποίου βρίσκεται στο σημείο Ο. Η εικόνα ενός σημείου Α του (Ε) είναι το σημείο Α', τομή της οπτικής ακτίνας ΟΑ με το επίπεδο (Π). Το ίδιο συμβαίνει για κάθε άλλο σημείο του (Ε) και του περιβάλλοντος χώρου. Οπότε η εικόνα του τριγώνου ΑΒΓ είναι το τρίγωνο Α'Β'Γ', όπως φαίνεται στο σχήμα 2.

Η πλήρης μαθηματικοποίηση των εμπειριών της ζωγραφικής και των κανόνων της προοπτικής έγινε κατά τον 17ο αιώνα και μεγάλη ήταν η συμβολή του Γάλλου μηχανικού και γεωμέτρη από τη Λυών **Girard Desargues** (1593-1661). Στην εργασία του που δημοσιεύτηκε το 1639 με τίτλο *Brouillon- Projet des evenements de recontre d' un cone avec un plan* (Σχεδιάγραμμα των συμβαινόντων κατά τη συνάντηση κώνου και επιπέδου) για πρώτη φορά εκτίθεται και εφαρμόζεται η ιδέα όπου οι παράλληλες ευθείες και τα παράλληλα επίπεδα θεωρούνται ειδικές περιπτώσεις ευθειών που συντρέχουν σε ένα σημείο ή επιπέδων που διέρχονται από μία ευθεία. Την ιδέα αυτή υιοθέτησε μετ' εγκωμίων ο Descartes και η υπόλοιπη μαθηματική κοινότητα και η οποία είναι η βασική ιδέα της Προβολικής Γεωμετρίας. Δηλαδή οι ευθείες στην Προβολική Γεωμετρία **συγκλίνουν σε κάποιο “επ’ άπειρο” σημείο**, συνεπώς δεν υπάρχουν παράλληλες ευθείες. Τα σημεία που συγκλίνουν οι ευθείες καλούνται **“σημεία φυγής”**.

Στους μετέπειτα χρόνους αποφασιστική για την εξέλιξη της Προβολικής Γεωμετρίας ήταν η συμβολή των Gaspar Monge (1749-1818), **Victor Poncelet** (1788-1867), August Möbius (1790-1868), Jakob Steiner (1796-1863), Julius Plücker (1801-1868) και K. G. von Staudt (1798-1867). Όμως είναι αξιοσημείωτο ότι η Προβολική Γεωμετρία εξελισσόταν περίπου μέχρι το 1850 μέσα στο πλαίσιο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.

Στην πιο σύγχρονη εξέλιξη της Προβολικής Γεωμετρίας θεμελιώδης υπήρξε η ιδέα να χαρακτηριστεί μία Γεωμετρία από την αντίστοιχη **ομάδα μετασχηματισμών**, οι

οποίοι αφήνουν αναλλοίωτες τις βασικές ιδιότητες της δοθείσας Γεωμετρίας. Η συμβολή των Sophus Lie (1842-1899), Henri Poincare (1854-1912) και ιδιαιτέρως του **Felix Klein** (1854-1925) υπήρξε καταλυτική.

