

Ιδιότητες της διάταξης

1. Πρόσθεση ενός αριθμού (θετικού ή αρνητικού) στα δύο μέλη μιας ανισότητας:

$$\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma < \beta + \gamma$$

2. Πολλαπλασιασμός των δύο μελών μιας ανισότητας μ' έναν αριθμό:

$$\text{Αν } \gamma > 0, \text{ τότε } \alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma < \beta\gamma$$

$$\text{Αν } \gamma < 0, \text{ τότε } \alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma > \beta\gamma$$

3. Πρόσθεση κατά μέλη δύο (ή περισσότερων) ανισοτήτων:

$$\begin{cases} \alpha < \beta \\ \gamma < \delta \end{cases} \Rightarrow \alpha + \gamma < \beta + \delta$$

4. Πολλαπλασιασμός κατά μέλη δύο (ή περισσότερων) ανισοτήτων:

Για τους **θετικούς αριθμούς** $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$\begin{cases} \alpha < \beta \\ \gamma < \delta \end{cases} \Rightarrow \alpha\gamma < \beta\delta$$

5. Δεν επιτρέπεται η **αφαίρεση** και η **διαίρεση** κατά μέλη ανισοτήτων.

6. Αν α και β είναι **θετικοί αριθμοί**, τότε ισχύει η ισοδυναμία:

$$\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha^{\nu} < \beta^{\nu} \quad \text{με } \nu \in \mathbb{N} - \{0\}$$

$$\text{και } \alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^{\nu} = \beta^{\nu}$$

7. Διάταξη και αντίστροφοι αριθμοί:

Αν οι αριθμοί α και β είναι **ομόσημοι**, τότε:

$$\alpha < \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$$

Παράδειγμα

Αν ισχύουν $1 \leq \alpha \leq 3$ και $-4 \leq \beta \leq -2$, να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων:

α) $2\alpha + 3\beta$

β) $\alpha - \beta$

γ) $\alpha^2 + \beta^2$

δ) $\frac{\alpha}{\beta}$