

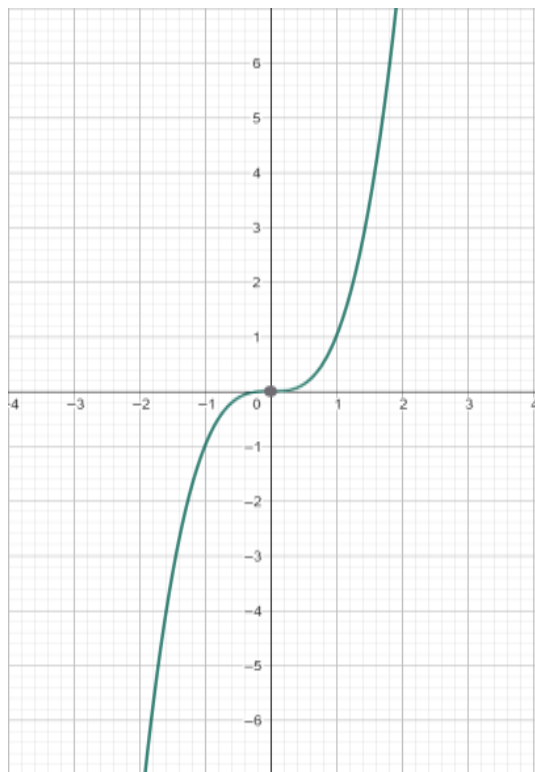
Γραφική Παράσταση Συνάρτησης

Έστω f μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού A και Oxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο. Το σύνολο των σημείων $M(x, y)$ για τα οποία ισχύει $y = f(x)$, δηλαδή το σύνολο των σημείων $M(x, f(x))$, $x \in A$, ονομάζεται γραφική παράσταση της f και συμβολίζεται συνήθως με C_f . Η εξίσωση, λοιπόν, $y = f(x)$ επαληθεύεται από τα σημεία της C_f και μόνο από αυτά. Επομένως, η $y = f(x)$ είναι η εξίσωση της γραφικής παράστασης της f . Για τον λόγο αυτόν, τη γραφική παράσταση C_f της f τη συμβολίζουμε, πολλές φορές, απλά με την εξίσωσή της, δηλαδή με $y = f(x)$. Επειδή κάθε $x \in A$ αντιστοιχίζεται σε ένα μόνο $y \in \mathbb{R}$, δεν υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τετμημένη. **Αυτό σημαίνει ότι κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει με τη γραφική παράσταση της f το πολύ ένα κοινό σημείο.** Έτσι, ο κύκλος δεν αποτελεί γραφική παράσταση συνάρτησης.

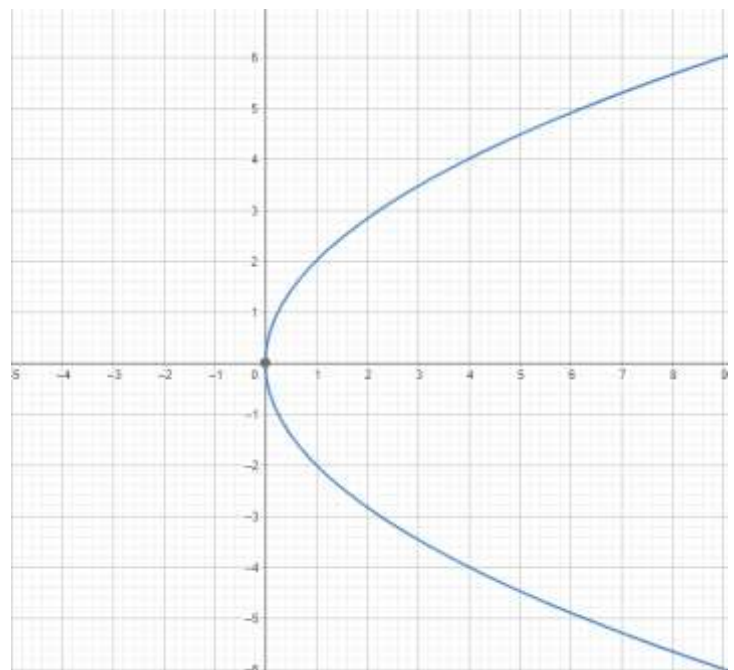
Εφαρμογή 1

Ποια από τα παρακάτω σχήματα αποτελούν γραφική παράσταση συνάρτησης;

Σχήμα α



Σχήμα β

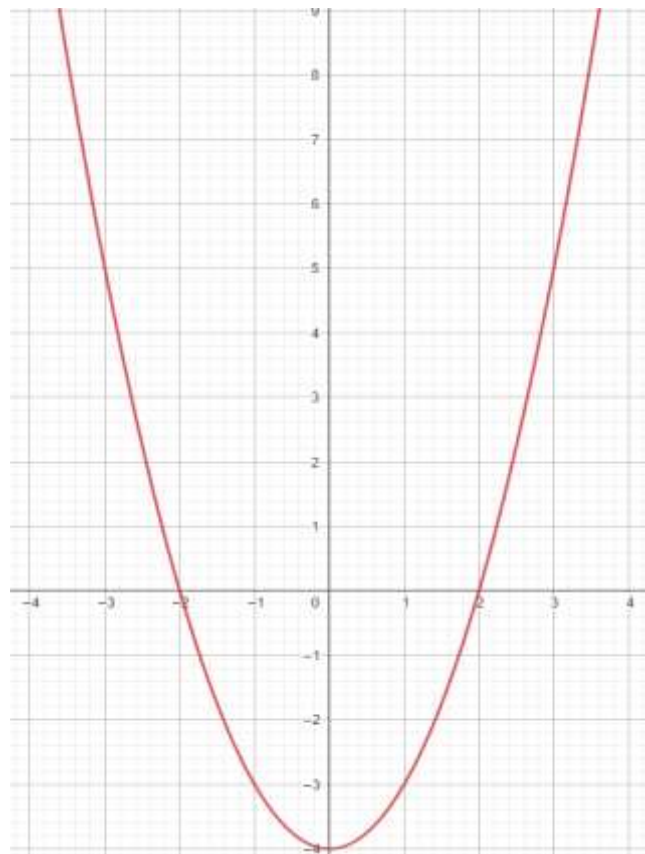


Πότε ένα σημείο ανήκει στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

Εφαρμογή 2

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης. Να βρείτε ποια από τα παρακάτω σημεία ανήκουν στη C_f .

- i. $A(4, 0)$
- ii. $B(2, 0)$
- iii. $\Gamma(1, 3)$
- iv. $O(0, 0)$
- v. $\Delta(0, -2)$
- vi. $E(-2, 0)$
- vii. $Z(-1, -3)$
- viii. $H(0, -4)$



Συμπέρασμα

Ένα σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f , αν και μόνο αν ισχύει $f(\alpha) = \beta$, δηλαδή, αν και μόνο αν την

Εφαρμογή 3

Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να βρείτε την τιμή του k για την οποία το σημείο M ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

- i. $f(x) = x^2 + k$, $M(2, 6)$
- ii. $g(x) = kx^3$, $M(-2, 8)$
- iii. $h(x) = k\sqrt{x+1}$, $M(3, 8)$

Πότε μία συνάρτηση $\left\{ \begin{array}{l} \text{τέμνει τους άξονες} \\ \text{βρίσκεται πάνω απο τον } x'x \text{ άξονα} \\ \text{βρίσκεται κάτω απο τον } x'x \text{ άξονα} \end{array} \right.$

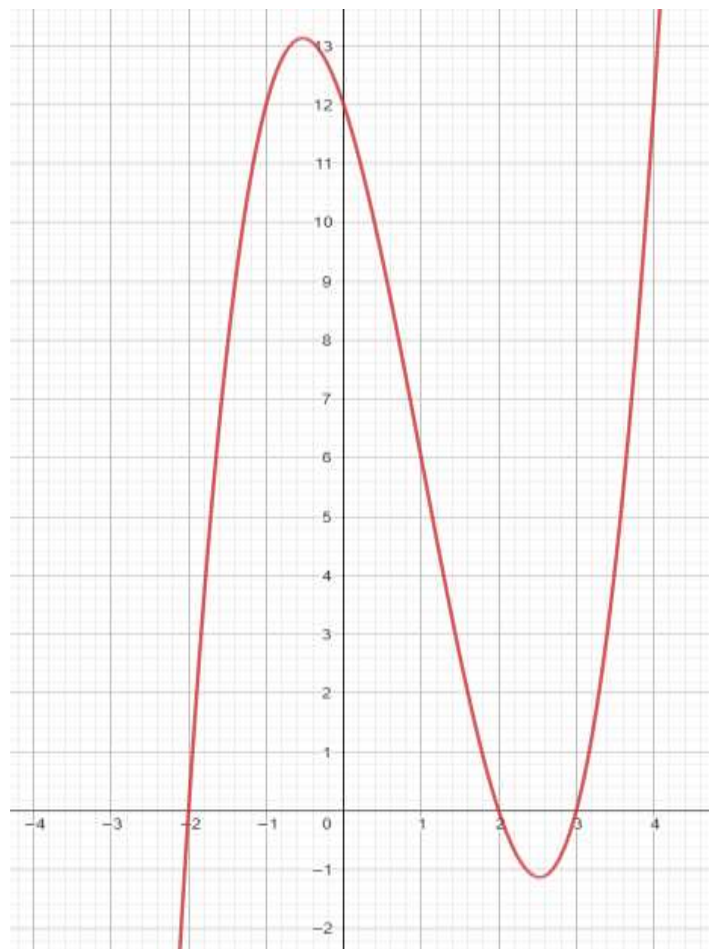
Εφαρμογή 4

Να βρείτε σε ποια σημεία η C_f τέμνει τους άξονες, καθώς και τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ στα σημεία:

Η C_f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο:

Η C_f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$ όταν:



Συμπέρασμα

- Μία συνάρτηση **τέμνει** άξονα $x'x$ όταν
- Μία συνάρτηση **τέμνει** άξονα $y'y$ όταν
- Μία συνάρτηση **βρίσκεται πάνω** από τον άξονα $x'x$ όταν
- Μία συνάρτηση **βρίσκεται κάτω** από τον άξονα $x'x$ όταν

Εφαρμογή 5

Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις, να βρείτε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης με τους άξονες.

- i. $f(x) = x - 4$
- ii. $g(x) = (x - 2)(x - 3)$
- iii. $h(x) = (x - 1)^2$
- iv. $f(x) = x^2 + x + 1$
- v. $g(x) = x\sqrt{x - 1}$
- vi. $h(x) = x\sqrt{x^2 - 4}$

Εφαρμογή 6

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 1$. Να βρείτε:

- τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$,
- τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$.

Πώς βρίσκουμε τα κοινά σημεία δύο γραφικών παραστάσεων C_f και C_g ;

Εφαρμογή 7

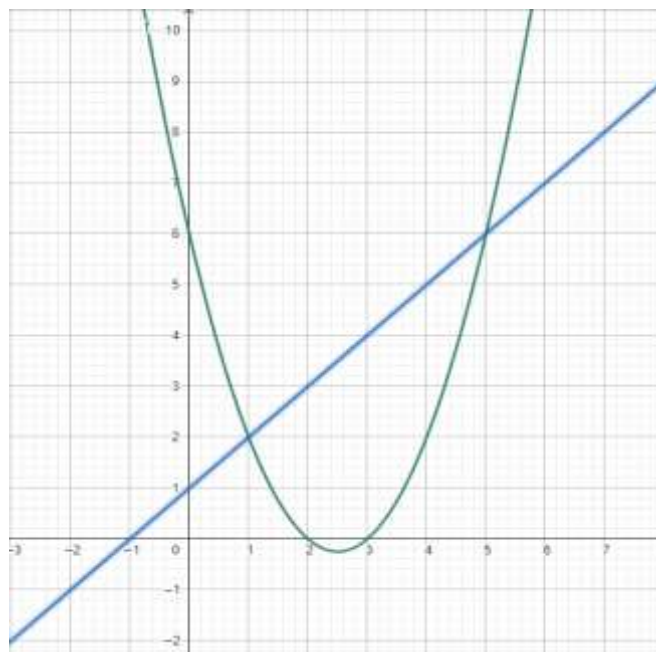
Να βρείτε τα κοινά σημεία των C_f και C_g , καθώς και τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από τη C_g .

Τα κοινά σημεία των C_f και C_g είναι:

.....

Η C_f βρίσκεται κάτω από τη C_g για κάθε:

.....



Συμπέρασμα

- Οι τετμημένες των κοινών σημείων της C_f και C_g
- Οι τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από τη C_g είναι
- Οι τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται πάνω από τη C_g είναι

Εφαρμογή 8

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 5x + 4$ και $g(x) = 2x - 6$.

Να βρείτε:

- τα κοινά σημεία των C_f και C_g ,
- τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από τη C_g .