

Η έννοια της πιθανότητας

1. Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι μία φορά και καταγράφουμε την ένδειξη της άνω έδρας του.

α) Να γράψετε τον δειγματικό χώρο Ω του πειράματος.

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

- i. A: η ένδειξη είναι άρτιος αριθμός
- ii. B: η ένδειξη είναι περιττός αριθμός και μεγαλύτερος του 2
- iii. Γ: η ένδειξη είναι πολλαπλάσιο του 3 ή μικρότερη του 4

2. Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι δύο φορές και καταγράφουμε κάθε φορά την ένδειξη της άνω έδρας.

α) Να γράψετε τον δειγματικό χώρο Ω του πειράματος.

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

- i. A: οι ενδείξεις των δύο ρίψεων είναι ίδιες
- ii. B: το άθροισμα των δύο ενδείξεων είναι ίσο με 10
- iii. Γ: το άθροισμα των δύο ενδείξεων είναι μικρότερο του 5
- iv. Δ: μία τουλάχιστον ένδειξη είναι ίση με 3

3. Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο νόμισμα τρεις φορές και σημειώνουμε κάθε φορά την ένδειξη (κεφαλή ή γράμματα).

α) Να γράψετε τον δειγματικό χώρο Ω του πειράματος.

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

- i. A: εμφανίστηκε κεφαλή ακριβώς 2 φορές
- ii. B: εμφανίστηκαν γράμματα τουλάχιστον 2 φορές
- iii. Γ: εμφανίστηκε η ίδια ένδειξη και τις 3 φορές

4. Θεωρούμε τον δειγματικό χώρο:

$$\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 18, 19, 20\}$$

και τα ενδεχόμενα:

$$A = \{x \in \Omega \mid x \text{ πολλαπλάσιο του } 2\} \quad \text{και} \quad B = \{x \in \Omega \mid x \text{ πολλαπλάσιο του } 5\}$$

Επιλέγουμε τυχαία ένα στοιχείο του Ω .

α) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τα ενδεχόμενα $A, B, A \cap B$ και $B - A$.

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων $P(A), P(B), P(A \cap B)$ και $P(B - A)$.

5. Σ'ένα κουτί υπάρχουν 2 άσπρες, 4 μπλε, 6 πράσινες και 8 κόκκινες σφαίρες. Επιλέγουμε τυχαία μία σφαίρα από το κουτί. Να βρείτε την πιθανότητα η σφαίρα αυτή:

α) να'ναι μπλε, β) να'ναι άσπρη ή πράσινη, γ) να μην είναι άσπρη.

6. Σ'ένα κουτί υπάρχουν κόκκινες και πράσινες σφαίρες. Οι κόκκινες σφαίρες είναι κατά 10 περισσότερες από τις πράσινες, ενώ αν επιλέξουμε τυχαία μια σφαίρα από το κουτί, τότε η πιθανότητα να είναι πράσινη ισούται με 0,4. Να βρείτε πόσες κόκκινες και πόσες πράσινες σφαίρες υπάρχουν στο κουτί.

7. Ένα κουτί περιέχει 2 άσπρες σφαίρες, 12 μπλε σφαίρες και ορισμένες πράσινες σφαίρες. Επιλέγουμε τυχαία μία σφαίρα. Η πιθανότητα η σφαίρα αυτή να είναι πράσινη είναι 30%. Να βρείτε:

α) πόσες είναι οι πράσινες σφαίρες,

β) την πιθανότητα η σφαίρα που επιλέξαμε να'ναι άσπρη ή πράσινη.

8. Σ'ένα ξενοδοχείο μένουν Άγγλοι, Γάλλοι και Ιταλοί τουρίστες. Επιλέγουμε τυχαία έναν τουρίστα. Γνωρίζουμε ότι οι Άγγλοι τουρίστες είναι 70, ενώ η πιθανότητα να επιλέξουμε Γάλλο τουρίστα είναι $\frac{1}{5}$ και η πιθανότητα να επιλέξουμε Ιταλό τουρίστα είναι $\frac{9}{20}$. Να βρείτε πόσοι είναι οι Γάλλοι και πόσοι είναι οι Ιταλοί τουρίστες.

9. Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ με:

$$P(\omega_4) = \frac{6P(\omega_3)}{5} = 2P(\omega_2) = 6P(\omega_1)$$

Να βρείτε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω και την πιθανότητα του ενδεχομένου $A = \{\omega_1, \omega_3\}$.

10. Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ με:

$$P(\omega_1) = \frac{1}{20}, \quad P(\omega_2) = \frac{3}{10} \quad \text{και} \quad P(\omega_3) = \frac{1}{4}$$

Να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(\omega_4)$ και την πιθανότητα του ενδεχομένου $A = \{\omega_2, \omega_4\}$.

11. Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ με:

$$P(\omega_2) = \frac{1}{4}, \quad P(\omega_3) = P(\omega_4) = \frac{1}{24} \quad \text{και} \quad P(\omega_5) = \frac{1}{2}$$

α) Να βρείτε την πιθανότητα $P(\omega_1)$.

β) Θεωρούμε τα ενδεχόμενα $A = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$ και $B = \{\omega_1, \omega_2\}$. Να βρείτε τις πιθανότητες:

i. $P(A)$

ii. $P(B)$

iii. $P(A \cup B)$

iv. $P(A \cap B)$

12. Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ και τα ενδεχόμενα $A = \{\omega_1, \omega_2\}$ και $B = \{\omega_2, \omega_3\}$. Ισχύουν:

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{2} \quad \text{και} \quad P(\omega_4) = \frac{5}{12}$$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες $P(\omega_1), P(\omega_2)$ και $P(\omega_3)$.

β) Να βρείτε το ενδεχόμενο $A' \cup B'$ και στη συνέχεια να βρείτε την $P(A' \cup B')$.

13. Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ με:

$$P(5) = 2P(4) = 4P(3) = 2P(2) = 4P(1)$$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω .

β) Θεωρούμε τα ενδεχόμενα $A = \{\lambda \in \Omega \mid \lambda \text{ περιττός}\}$ και $B = \{\lambda \in \Omega \mid \lambda > 2\}$. Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A), P(B)$ και $P(A \cap B)$.

14. Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ με:

$$P(1) = P(2) = \frac{P(3)}{2} = \frac{P(4)}{3} = \frac{P(5)}{3}$$

Να βρείτε:

α) τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω ,

β) την πιθανότητα του ενδεχομένου $A = \{\lambda \in \Omega \mid 2 \leq \lambda \leq 4\}$.