

Πρόσθεση και αφαίρεση διανυσμάτων

1. Να γράψετε ως ένα διάνυσμα τα παρακάτω αθροίσματα:

α) $\vec{KL} + \vec{MN} + \vec{LM} + \vec{NP}$

β) $\vec{AB} + \vec{DA} + \vec{GD} + \vec{BG}$

γ) $\vec{KL} - \vec{NM} + \vec{NK} - \vec{ML}$

δ) $\vec{NM} - \vec{PI} - \vec{NT} + \vec{PS} - \vec{TS}$

2. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.

- α) Να γράψετε ως ένα διάνυσμα τα παρακάτω αθροίσματα:

$$\vec{AB} + \vec{AD}, \quad \vec{DA} - \vec{GD}, \quad \vec{AB} + \vec{GD}, \quad \vec{GB} + \vec{GD} + \vec{AG}$$

- β) Αν Ε είναι ένα τυχαίο σημείο, να αποδείξετε ότι $\vec{AE} + \vec{GE} = \vec{DE} + \vec{BE}$.

3. Αν ισχύει ότι $\vec{GD} = \vec{BE} + \vec{GA} - \vec{DE}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α και Β ταυτίζονται.
4. Αν ισχύει ότι $\vec{AD} - \vec{ZG} = \vec{BE} + \vec{BD} - \vec{ZE}$, να αποδείξετε ότι το σημείο Β είναι μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.
5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Μ το μέσο της πλευράς ΑΒ. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{MB} + \vec{MG} - \vec{BG} = \vec{AB}$$

6. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Αν ισχύουν $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{GD}$ και $\vec{AN} = \vec{AD} + \vec{GB}$, να αποδείξετε ότι τα σημεία Μ και Ν ταυτίζονται.
7. Δίνονται διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$, με $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$ και $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\gamma}$, για τα οποία ισχύουν $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = 7$ και $|\vec{\alpha} + \vec{\gamma}| = 9$. Να βρείτε το $|\vec{\beta}|$, το $|\vec{\gamma}|$ και το $|\vec{\beta} + \vec{\gamma}|$.
8. Δίνονται διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύει:

$$|\vec{\alpha}|^2 + |\vec{\beta}|^2 = 4|\vec{\alpha}| + 6|\vec{\beta}| - 13$$

- Να αποδείξετε ότι $1 \leq |\vec{\alpha} - \vec{\beta}| \leq 5$.