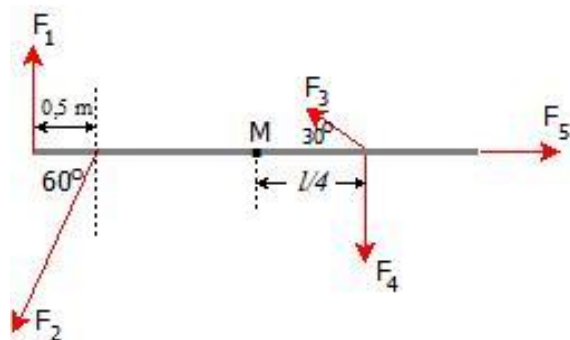


Ροπή Δύναμης - Ισορροπία Στερεού Σώματος

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Η οριζόντια αβαρής ράβδος του σχήματος έχει μήκος $l = 2,4 \text{ m}$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος είναι κάθετος στη ράβδο και διέρχεται από το μέσον της M . Στη ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις του σχήματος, οι οποίες βρίσκονται όλες στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με τη ράβδο και έχουν μέτρα $F_1=4\text{N}$, $F_2= 4\sqrt{3} \text{ N}$, $F_3=2\text{N}$, $F_4=3\text{N}$ και $F_5= 2\sqrt{5} \text{ N}$.

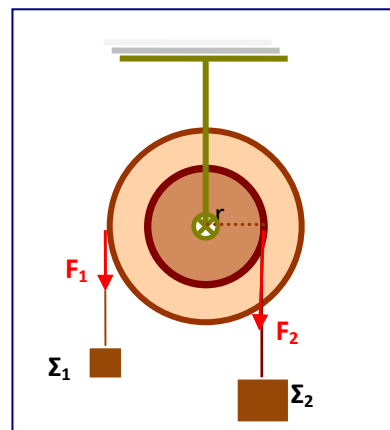


- Να βρείτε τις αλγεβρικές τιμές των ροπών όλων των δυνάμεων
- Να βρείτε την αλγεβρική τιμή της συνολικής ροπής και να προσδιορίσετε το διάνυσμά της.
- Να βρείτε ποια δύναμη πρέπει να καταργηθεί για να γίνει η συνολική ροπή μηδέν.

Απ.: i. $-4,8 \text{ N}\cdot\text{m}$, $4,2 \text{ N}\cdot\text{m}$, $0,6 \text{ N}\cdot\text{m}$, $-1,8 \text{ N}\cdot\text{m}$, 0 .

ii. μέτρο: $-1,8 \text{ N}\cdot\text{m}$ iii. η F_4

2. Δύο τροχαλίες με ακτίνες $R_1=20\text{cm}$ και $R_2=10\text{cm}$ προσαρμόζονται ακλόνητα μεταξύ τους, ώστε να μπορούν να στρέφονται γύρω από τον ίδιο οριζόντιο άξονα. Από τις δύο τροχαλίες κρέμονται με νήματα τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 και εξαιτίας τους τα νήματα ασκούν στις τροχαλίες τις δυνάμεις $F_1=30\text{N}$ και $F_2=50\text{N}$ αντίστοιχα.



- Να υπολογίσετε τη συνολική ροπή που δέχεται το σύστημα των τροχαλιών.
- Να σχεδιάσετε τα διανύσματα των γραμμικών ταχυτήτων v_1 και v_2 των σημείων της περιφέρειας των τροχαλιών, που είναι σε επαφή με τα νήματα.
- Να βρείτε το λόγο των γραμμικών ταχυτήτων v_1/v_2 των τροχαλιών.

Απ. : i. $1 \text{ N}\cdot\text{m}$ iii. 2

3. Ένας άνθρωπος έχει βάρος $w_1=650\text{N}$ και στέκεται ακίνητος στο σημείο A της σανίδας του σχήματος. Η σανίδα έχει βάρος $w_2=100\text{N}$, μήκος $l=4\text{m}$ και είναι στερεωμένη ακλόνητα στο αριστερό της άκρο Γ . Ένα μικρό υποστήριγμα ακουμπά στη σανίδα



υποστήριγμα ακουμπά στη σανίδα στο σημείο B , που απέχει $x_1=1,4\text{m}$ από το αριστερό της άκρο.

- Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στη σανίδα.
- Να υπολογιστούν οι δυνάμεις F_1 και F_2 που ασκούνται στη σανίδα στα σημεία B και Γ αντίστοιχα.

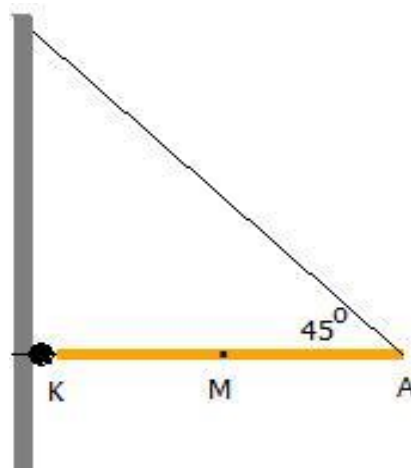
Απ.: ii. $F_1=2.000\text{N}$, $F_2=1.250\text{N}$

Ροπή Δύναμης - Ισορροπία Στερεού Σώματος

4. Μια ομογενής δοκός βάρους $w=400\text{N}$ και μήκους $l=4\text{m}$ είναι στερεωμένη με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο της άκρο είναι δεμένο στον τοίχο με σχοινί, το οποίο σχηματίζει με τη δοκό γωνία 45° έτσι ώστε να διατηρείται οριζόντια.

- Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό.
- Να βρεθεί η τάση του σχοινιού.
- Να βρεθεί η δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη δοκό.

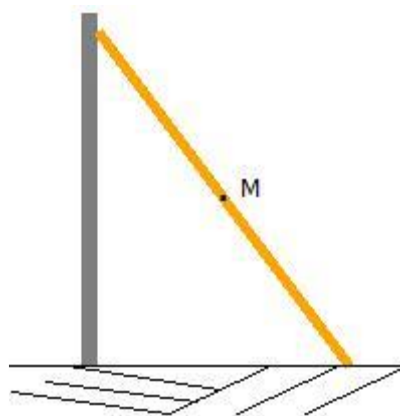
Απ.: ii. $200\sqrt{2}\text{ N}$ iii. $200\sqrt{2}\text{ N}$, $\theta=45^\circ$



5. Μια σκάλα βάρους $w=300\text{N}$ ισορροπεί στηριζόμενη σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Η σκάλα σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο γωνία $\theta=60^\circ$.

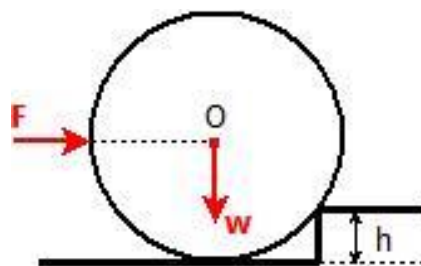
- Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στη σκάλα.
- Να βρεθούν οι οριζόντιες και οι κατακόρυφες συνιστώσες των δυνάμεων που ασκούν στη σκάλα ο τοίχος και το δάπεδο.
- Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή που μπορεί να έχει ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και σκάλας για να μην ολισθαίνει η σκάλα.

Απ.: ii. $N=300\text{N}$, $F=50\sqrt{3}\text{ N}$, $T_{στ}=50\sqrt{3}\text{ N}$ iii. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

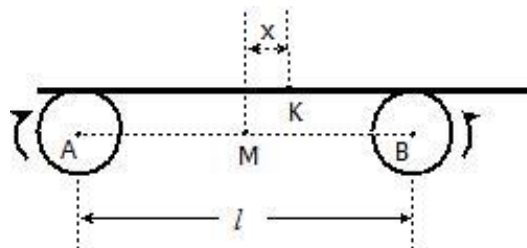


6. Η σφαίρα του διπλανού σχήματος έχει βάρος $w=20\text{N}$ και ακτίνα $R=0,1\text{m}$. Το εμπόδιο έχει ύψος $h=4\text{cm}$. Στη σφαίρα ασκείται οριζόντια δύναμη, η διεύθυνση της οποίας περνά από το κέντρο της. Να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της δύναμης F , ώστε η σφαίρα να ξεκινήσει την υπερπήδηση του εμποδίου.

Απ.: $\frac{80}{3}\text{ N}$



7. Δύο όμοιοι κύλινδροι που βρίσκονται σε απόσταση l μεταξύ τους και έχουν τους άξονες τους παράλληλους, στρέφονται γύρω από αυτούς σε αντίθετες κατευθύνσεις, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τοποθετούμε μια ομογενή σανίδα μήκους μεγαλύτερου από l πάνω στους κυλίνδρους, έτσι ώστε αρχικά το κέντρο μάζας της K να απέχει απόσταση x από το μέσον M της απόστασης l .



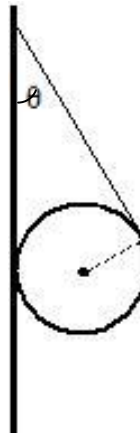
Ροπή Δύναμης - Ισορροπία Στερεού Σώματος

Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ της σανίδας και των κυλίνδρων είναι μ , να αποδειχθεί ότι η σανίδα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογιστεί η περίοδος της.

Απ.: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2\mu g}}$

8. Η μπάλα του σχήματος έχει ακτίνα R , βάρος $w=7,46\text{N}$ και ισορροπεί σε θέση που το νήμα σχηματίζει γωνία 30° με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα εξαρτά εφαπτομενικά την μπάλα.
- Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που επιδρούν στη μπάλα.
 - Να υπολογίσετε την οριζόντια και την κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στη μπάλα.
 - Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή που μπορεί να έχει ο συντελεστής τριβής μεταξύ τοίχου και μπάλας.
- Λίγεται $\sqrt{3}=1.73$.

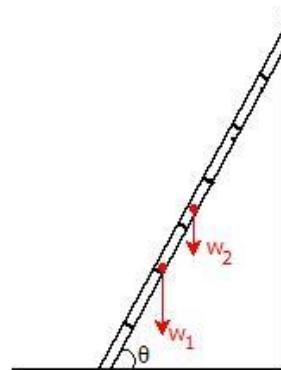
Απ.: ii. 2N, 4N iii. 2



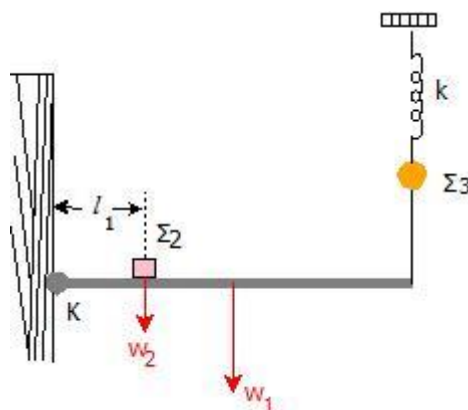
9. Ένας πυροσβέστης βάρους $w_1=800\text{N}$ ανεβαίνει μια σκάλα βάρους $w_2=400\text{N}$ και μήκους $l=6\text{m}$, που είναι στηριγμένη στο λείο τοίχο ενός σπιτιού σχηματίζοντας γωνία θ με το έδαφος. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ της σκάλας και του εδάφους είναι $\mu=0,4$.

- Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σκάλα και να υπολογίσετε την οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα που ασκεί το δάπεδο στη σκάλα, αν γνωρίζετε ότι η οριζόντια συνιστώσα έχει τη μέγιστη δυνατή τιμή.
- Να βρείτε το μέγιστο μήκος της σκάλας που μπορεί να ανεβεί με ασφάλεια ο πυροσβέστης σε συνάρτηση με την εφθ, όπου θ η γωνία μεταξύ σκάλας και δαπέδου.
- Να βρείτε για ποια τιμή της εφθ ο πυροσβέστης μπορεί να ανέβει με ασφάλεια όλη τη σκάλα.
- Γιατί ο πυροσβέστης δε στήνει τη σκάλα σε πολύ μεγάλες γωνίες;

Απ.: i. 480N, 1200N ii. $3,6\epsilon\phi\theta-1,5$ iii. 2,08



10. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος $l=0,8\text{m}$, βάρος $w_1=20\text{N}$ και στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση $l_1=20\text{cm}$ από την άρθρωση υπάρχει στερεωμένο σώμα Σ_2 βάρους $w_2=20\text{N}$. Η ράβδος συγκρατείται οριζόντια με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος δεμένου στο άκρο της, το άλλο άκρο του οποίου, είναι δεμένο σε σώμα Σ_3 μάζας $m_3=1\text{kg}$ που είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα.



Κόβουμε το νήμα, οπότε η ράβδος στρέφεται και το σώμα Σ_3 ταλαντώνεται.

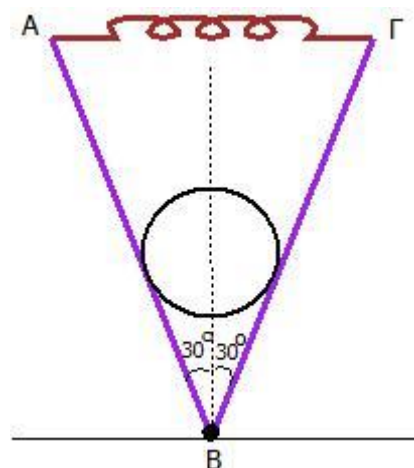
Ροπή Δύναμης - Ισορροπία Στερεού Σώματος

- Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκούσε το νήμα στη ράβδο πριν αυτό κοπεί.
- Να υπολογίσετε τη συνολική ροπή που δέχεται η ράβδος αμέσως αφού κοπεί το νήμα.
- Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ₃.
- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για το σώμα Σ₃, αν θεωρήσετε t=0 τη στιγμή που κόβεται το νήμα και θετικά προς τα πάνω.

Απ.: i. 15N ii. -12 Nm iii. 0,15 m iv. $x=0,15 \eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2})$ S.I.

- 11.** Δύο αβαρής λείες και λεπτές ράβδοι AB και ΒΓ μήκους L βρίσκονται σε κατακόρυφο επίπεδο και αρθρώνονται στο σημείο B. Ανάμεσα στις ράβδους υπάρχει ομογενής κύλινδρος βάρους w=100N και ακτίνας $r=\frac{L}{4}$. Οι δύο ράβδοι σχηματίζουν γωνία 30° με την κατακόρυφη. Τα άκρα Α και Γ των ράβδων συνδέονται με αβαρές οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=500N/m. Να βρεθεί η επιμήκυνση του ελατηρίου, ώστε το σύστημα να ισορροπεί.

Απ.: 0,1m



- 12.** Σφαίρα βάρους w₁=50N και ακτίνας r=12cm και σώμα βάρους w₂=30N κρέμονται με δύο νήματα από το ίδιο σημείο O. Στη θέση ισορροπίας η διεύθυνση ΟΚ σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία φ. Αν d=(OA)=8cm να βρεθεί η γωνία φ.

Απ.: 13°

