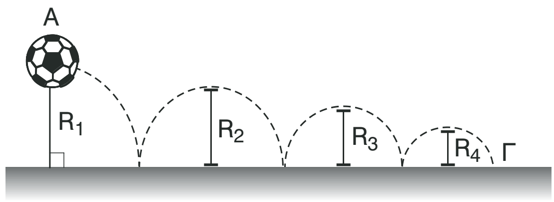


Δίνονται: $R_1 = 2R_2 = 3R_3 = 4R_4 = 12$ cm.

1.17 ***Τρεις πόλεις Α, Β και Γ απέχουν μεταξύ τους: η πόλη Α από την Β 40 Km, η πόλη Β από την Γ 12.500 Km και η πόλη Α από την πόλη Γ 65 Km. ΄Ενα φορτηγό πραγματοποιεί τη διαδρομή Α → Β → Γ και τελικά επιστρέφει στην πόλη Α. Να υπολογίσετε:***

α) τη συνολική απόσταση που διήνυσε το σώμα

β) το μέτρο της μετατόπισής του

γ) το μέτρο της μετατόπισης του σώματος μέχρι τη θέση Γ.

1.3. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

Α) Ταχύτητα

Κατά τη διάρκεια της κίνησης ενός σώματος, δεν μας ενδιαφέρει μόνο η αλλαγή της θέσης του, αλλά και το πόσο γρήγορα αυτή πραγματοποιείται. Υπάρχει δηλαδή, μια σχέση εξάρτησης μεταξύ του πόσο γρήγορα ή αργά κινείται ένα σώμα, της μετατόπισής του και του αντίστοιχου χρόνου που απαιτείται γι' αυτήν.

Το φυσικό μέγεθος που εκφράζει το πόσο γρήγορα κινείται ένα σώμα είναι η ταχύτητα.

Ταχύτητα $\vec{u}$: είναι το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που ορίζεται από το πηλίκο της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$ ενός σώματος που πραγματοποιείται σε χρονικό διάστημα Δt, προς το χρονικό διάστημα Δt,

$$u = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

Η ταχύτητα ως διανυσματικό φυσικό μέγεθος έχει:

α) **μέτρο,** που ισούται με $|\vec{u}| = \dfrac{|\Delta\vec{x}|}{\Delta t} = \dfrac{|\vec{x}_{τελ} - \vec{x}_{αρχ}|}{t_{τελ} - t_{αρχ}}$

Στην **ευθύγραμμη κίνηση** ισχύει $|u| = \dfrac{|\Delta x|}{\Delta t} = \dfrac{|x_{τελ} - x_{αρχ}|}{t_{τελ} - t_{αρχ}}$, αφού τα διανύσματα $\vec{x}_{αρχ}$, $\vec{x}_{τελ}$ είναι συγγραμικά.

β) **διεύθυνση,** τη διεύθυνση του άξονα της κίνησης.

γ) **φορά,** τη φορά της κίνησης του σώματος.

Σχόλια:

1) το μέτρο της ταχύτητας $|u|$ εκφράζει ουσιαστικά, το πόσο γρήγορα μετατοπίζεται ένα σώμα.

2) **αλγεβρική τιμή ταχύτητας** υ: είναι το πηλίκο της αλγεβρικής τιμής της μετατόπισης Δx προς τον αντίστοιχο χρόνο Δt, δηλαδή

$$\boldsymbol{u = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

- **θετική αλγεβρική τιμή ταχύτητας** ($u > 0$), δηλαδή $\Delta x > 0$, που σημαίνει πως το σώμα κινείται:

α) προς τις θετικές τιμές του άξονα, όταν η κίνηση γίνεται πάνω σε άξονα.

β) προς τη φορά που εμείς έχουμε επιλέξει ως θετική φορά κίνησης, όταν η κίνηση δε γίνεται πάνω σε άξονα.

- **αρνητική αλγεβρική τιμή ταχύτητας** ($u < 0$), δηλαδή $\Delta x < 0$, που σημαίνει πως το σώμα κινείται:

α) προς τις αρνητικές τιμές του άξονα, όταν η κίνηση γίνεται πάνω σε άξονα.

β) προς την αντίθετη φορά από αυτήν που έχουμε επιλέξει ως θετική φορά κίνησης, όταν η κίνηση δε γίνεται πάνω σε άξονα.

3) τα διανύσματα ταχύτητας $\vec{u}$ και μετατόπισης $\Delta\vec{x}$ είναι ομόρροπα, δηλαδή έχουν την ίδια κατεύθυνση.

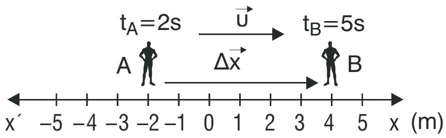
Μονάδες ταχύτητας: μονάδα ταχύτητας στο S.I. είναι το **1 m/s**

$$\left(u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1\ m}{1\ s} = 1 m/s\right)$$

Στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε και άλλες μονάδες εκτός του 1 m/s, όπως το **1 Km/h.** Η μονάδα αυτή ισούται με:

$1\ Km/h = \dfrac{1000\ m}{3600\ s} = \dfrac{1}{3,6}$ m/s. Βλέπουμε ότι για τη μετατροπή των Km/h σε m/s διαιρούμε με 3,6.

Παράδειγμα 1ο:



Το ανθρωπάκι, στον παραπάνω άξονα, ξεκινάει από τη θέση A τη χρονική στιγμή $t_A = 2$ s και φτάνει στη θέση B τη χρονική στιγμή $t_B = 5$ s.

Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του κατά τη διάρκεια της κίνησης είναι:

$$υ = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{4 - (-2)}{5 - 2}\ \text{m/s} = \frac{6}{3}\ \text{m/s} = 2\ \text{m/s}$$

Η ταχύτητα διακρίνεται σε: μέση αριθμητική ταχύτητα, μέση διανυσματική ταχύτητα και στιγμιαία ταχύτητα.

α) Μέση αριθμητική ταχύτητα ($υ_μ$)

> **Μέση αριθμητική ταχύτητα ($υ_μ$) είναι το πηλίκο του συνολικού διαστήματος S, που διανύει ένα σώμα σε χρόνο t, προς το χρόνο t,**
>
> $$υ_μ = \frac{S}{t}$$

Σχόλια:

1) Η μέση αριθμητική ταχύτητα είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος.

2) Αν ένα σώμα πραγματοποιεί μια διαδρομή, συνολικού διαστήματος S σε χρόνο t με ταχύτητα που μεταβάλλεται, μέση αριθμητική ταχύτητα είναι η σταθερή ταχύτητα που θα έπρεπε να έχει το σώμα, ώστε να πραγματοποιήσει την ίδια διαδρομή διαστήματος S στον ίδιο χρόνο t.

3) Η μέση αριθμητική ταχύτητα είναι ανεξάρτητη από την κατεύθυνση κίνησης του σώματος και είναι πάντα θετική.

4) Στην καθημερινή ζωή, η μέση αριθμητική ταχύτητα χρησιμοποιείται για να περιγράψει το πόσο γρήγορα διανύει μια συγκεκριμένη απόσταση ένα σώμα.

β) Μέση διανυσματική ταχύτητα ($\vec{υ}_μ$)

Ουσιαστικά πρόκειται για την ταχύτητα $\vec{υ}$, όπως αυτή ορίστηκε στην αρχή της ενότητας και περιγράφεται από τη σχέση:

$$\vec{υ}_μ = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

Σχόλια:

Η μέση διανυσματική ταχύτητα:

1) είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος.

2) εξαρτάται από την κατεύθυνση κίνησης του σώματος.

3) δεν έχει πρακτική σημασία, αφού ένα σώμα μπορεί να έχει διανύσει μια απόσταση, ενώ η μετατόπισή του να προκύπτει μηδέν.

γ) Στιγμιαία ταχύτητα ($\vec{υ}$)

Στις περισσότερες περιπτώσεις κίνησης σωμάτων, η ταχύτητα για διάφορους λόγους δεν είναι σταθερή. Εφόσον κάθε χρονική στιγμή η ταχύτητα έχει τη δική της τιμή, εισάγουμε τη **στιγμιαία ταχύτητα** η οποία αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη θέση ή χρονική στιγμή της κίνησης ενός σώματος.

Σχόλια:

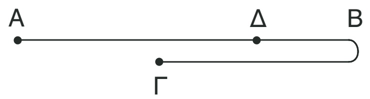
Η στιγμιαία ταχύτητα:

1) είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος.

2) αποτελεί την ένδειξη που βλέπουμε κάθε χρονική στιγμή στα όργανα μέτρησης της ταχύτητας (π.χ. κοντέρ αυτοκινήτου).

3) συμπίπτει με τη μέση αριθμητική ταχύτητα, στις κινήσεις με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα.

Παράδειγμα 2ο:



(ΑΒ) = 150 Km
(ΒΓ) = 80 Km

Αυτοκίνητο πραγματοποιεί τη διαδρομή Α → Β → Γ σε χρόνο t = 2h. Καθώς περνά από τη θέση Δ, το κοντέρ του αυτοκινήτου δείχνει 98 Km/h.

α) Η **μέση αριθμητική ταχύτητα** κατά τη διαδρομή ισούται με

$$υ_μ = \frac{S}{t} = \frac{(ΑΒ) + (ΒΓ)}{t} = \left(\frac{150 + 80}{2}\right) \text{Km/h} = 115 \text{ Km/h}.$$

β) Η **μέση διανυσματική ταχύτητα** κατά τη διαδρομή, έχει μέτρο που ισούται με

$$|\vec{υ}_μ| = \frac{|\Delta\vec{x}|}{\Delta t} = \frac{(ΑΓ)}{t} = \left(\frac{70}{2}\right) \text{Km/h} = 35 \text{ Km/h}$$

γ) Η **στιγμιαία ταχύτητα** στη θέση Δ ισούται με 98 Km/h, ίση με την ένδειξη του κοντέρ στη θέση αυτή.

δ) ένα δεύτερο αυτοκίνητο πραγματοποιεί τη διαδρομή Γ → Β σε χρόνο t′ =40 min.

Η μέση αριθμητική του ταχύτητα θα ισούται με

$$υ_μ' = \frac{(ΓΒ)}{t'} = \frac{80\ Km}{40\ min} = \frac{80\ Km}{\frac{2}{3}\ h} = 120\ Km/h$$

Παρατηρούμε ότι το δεύτερο αυτοκίνητο κινείται πιο γρήγορα, αφού $\mathbf{υ_μ' > υ_μ}$.

Β) Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.).

Ειδική περίπτωση ευθύγραμμης κίνησης αποτελεί η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Ευθύγραμμη ομαλή είναι η κίνηση που πραγματοποιεί ένα σώμα σε ευθεία γραμμή και σε ίσα χρονικά διαστήματα διανύει ίσες μετατοπίσεις.

Από τον προηγούμενο ορισμό γίνεται κατανοητό, πως ευθύγραμμη ομαλή είναι η κίνηση που πραγματοποιείται με **σταθερή ταχύτητα.**

Επειδή η ταχύτητα είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος, σταθερή ταχύτητα σημαίνει:

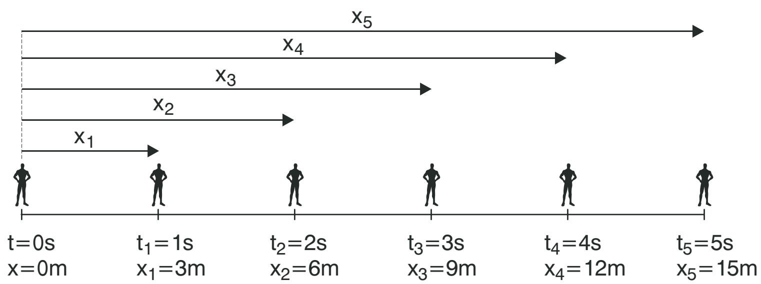
α) σταθερό μέτρο

β) σταθερή κατεύθυνση.

▶ Από τον ορισμό της ευθύγραμμη ομαλής κίνησης, η **μετατόπιση Δx** και το αντίστοιχο **χρονικό διάστημα Δt**, είναι ποσά ανάλογα. Άρα το πηλίκο τους $\frac{Δx}{Δt}$ είναι σταθερό, συνεπώς για την ταχύτητα θα ισχύει:

$$\boxed{\mathbf{υ = \frac{Δx}{Δt} = σταθερή}}$$

Παράδειγμα 3ο:



Το ανθρωπάκι του παραπάνω σχήματος, κάθε δευτερόλεπτο μετατοπίζεται κατά 3m. Τα πηλίκα των μετατοπίσεων προς τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα είναι μεταξύ τους ίσα:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = \frac{\Delta x_5}{\Delta x_5} = 3\ m/s$$

Η ταχύτητα είναι σταθερή με μέτρο $|\vec{υ}| = 3$ m/s.

Προφανώς, το ανθρωπάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Εξίσωση θέσης - χρόνου.

Είναι η εξίσωση που δίνει τη θέση x ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο t. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η εξίσωση αυτή προκύπτει ως εξής:

Θεωρούμε ότι ένα σώμα τη χρονική στιγμή $\mathbf{t_o}$ βρίσκεται στη θέση $\mathbf{x_o}$ και την τυχαία χρονική στιγμή **t** βρίσκεται στη θέση **x.** Από τον ορισμό της ταχύτητας έχουμε:

$$υ = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = υ\,\Delta t \Rightarrow x - x_0 = υ\,(t - t_0) \Rightarrow$$

$$\mathbf{x = x_0 + υ(t - t_0)}$$

(εξίσωση θέσης - χρόνου).

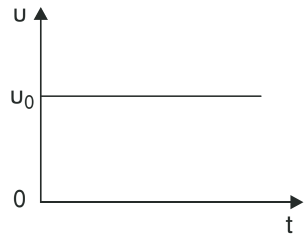
▶ Στην ειδική περίπτωση που $t_0 = 0$ και $x_0 = 0$, η εξίσωση θέσης - χρόνου παίρνει τη μορφή

$$\mathbf{x = υt}$$

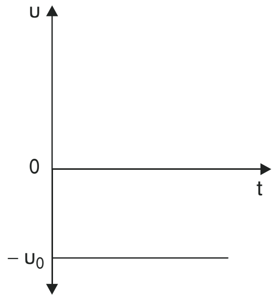
Γ) Διαγράμματα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

α) διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ – t)

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η ταχύτητα είναι σταθερή, συνεπώς το διάγραμμα (υ – t) θα είναι μια ευθεία γραμμή, παράλληλη στον άξονα των χρόνων:

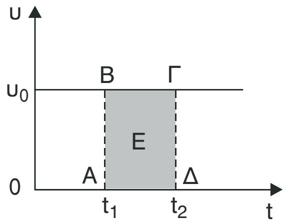


Αν τώρα, η **αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι αρνητική**, τότε το διάγραμμα (υ – t) έχει την ακόλουθη μορφή:



Υπολογισμός μετατόπισης Δx από το διάγραμμα υ – t.

Είδαμε πως το διάγραμμα υ – t στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση έχει την παρακάτω μορφή:



Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ ισούται με:

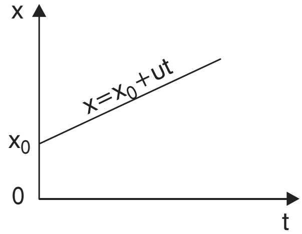
$E = (AB)\cdot(A\Delta) = υ_0(t_2 - t_1) = υ_0\Delta t$

Όμως το γινόμενο $υ_0\Delta t$ (ταχύτητα επί χρόνος) εκφράζει τη μετατόπιση Δx στο χρονικό διάστημα Δt. Συμπερασματικά και γενικεύοντας για κάθε ευθύγραμμη κίνηση:

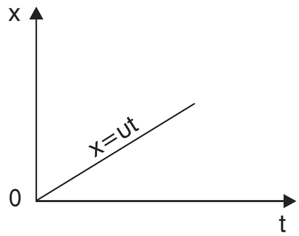
Η μετατόπιση Δx ισούται αριθμητικά με το εμβαδό που περικλείεται από το διάγραμμα υ – t και τον άξονα των χρόνων, στα χρονικά όρια της κίνησης.

β) διάγραμμα θέσης - χρόνου (x – t)

Η εξίσωση θέσης - χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, έχει τη μορφή $x = x_0 + υ(t - t_0)$. Θεωρώντας ως αρχική χρονική στιγμή την $t_0 = 0$, η προηγούμενη εξίσωση γίνεται $\mathbf{x = x_0 + υt}$. Για την περίπτωση αυτή, το διάγραμμα x - t είναι ευθεία (εξίσωση α΄ βαθμού ως προς t), που ξεκινά απ' τη θέση x_0 του άξονα των x:

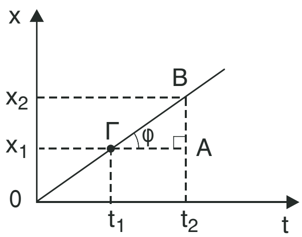


Αν και η αρχική θέση είναι η $x_0 = 0$, η εξίσωση θέσης - χρόνου γίνεται $x = υt$. Σ' αυτή την περίπτωση, το διάγραμμα x – t είναι ευθεία που ξεκινά από την αρχή των αξόνων:



Υπολογισμός ταχύτητας υ από το διάγραμμα x – t

Το διάγραμμα x – t στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (στην περίπτωση που $x_0 = 0$) είδαμε πως έχει την παρακάτω μορφή:



Από το διάγραμμα φαίνεται, ότι το σώμα τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκεται στη θέση x_1 και τη χρονική στιγμή t_2 βρίσκεται στη θέση x_2.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, το πηλίκο $\frac{(AB)}{(AΓ)}$ εκφράζει **την κλίση της ευθείας x – t.**

Όμως,

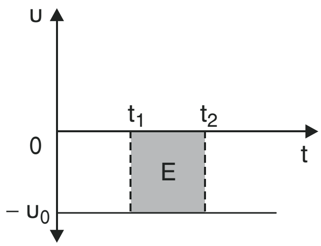
$(AB) = x_2 - x_1$ και $(ΑΓ) = t_2 - t_1$, συνεπώς:

$\frac{(AB)}{(ΑΓ)} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{Δx}{Δt}$. Επειδή το πηλίκο $\frac{Δx}{Δt}$ ισούται με την ταχύτητα υ, συμπεραίνουμε ότι:

Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα x – t στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, ισούται με την ταχύτητα του σώματος.

Σχόλια:

1) Αν το διάγραμμα υ - t στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, έχει την ακόλουθη μορφή (αρνητική ταχύτητα):

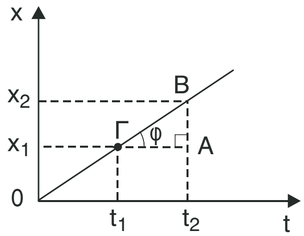


τότε η μετατόπιση είναι αρνητική και ισχύει

$$\mathbf{Δx = -E}$$

όπου Ε το γραμμοσκιασμένο εμβαδό του σχήματος.

2)



Το πηλίκο $\frac{(AB)}{(ΑΓ)}$, δηλαδή η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα x – t, ουσιαστικά ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας φ (εφφ):

$$\text{εφφ} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \frac{(AB)}{(A\Gamma)} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \upsilon = \text{κλίση}$$

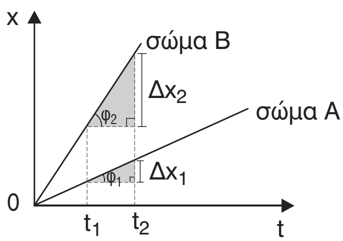
3) Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα με την βοήθεια του διαγράμματος x – t στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση:

i) επιλέγουμε δύο σημεία πάνω στην ευθεία και βρίσκουμε τις θέσεις x_1, x_2 και τις χρονικές στιγμές t_1, t_2 που αντιστοιχούν στα σημεία αυτά.

ii) παίρνουμε τον τύπο της ταχύτητας και αντικαθιστούμε:

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

4)



Όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της ευθείας στο διάγραμμα x – t και του άξονα των χρόνων t, τόσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του σώματος.

Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει από το προηγούμενο σχήμα, αν παρατηρήσουμε ότι στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$, η μετατόπιση Δx_2 του σώματος Β είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη μετατόπιση Δx_1 του σώματος Α.

Έτσι έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_A &= \frac{\Delta x_1}{\Delta t} \\ \upsilon_B &= \frac{\Delta x_2}{\Delta t} \end{aligned}\right\} \xRightarrow{\Delta x_2 > \Delta x_1} \boldsymbol{\upsilon_B > \upsilon_A}$$

Τυπολόγιο - Παρατηρήσεις

▶ **Χαρακτηριστικά ευθύγραμμης ομαλής κίνησης**

1) Πραγματοποιείται με σταθερή ταχύτητα.
2) Σε ίσους χρόνους διανύονται ίσες μετατοπίσεις.
3) Μέση και στιγμιαία ταχύτητα συμπίπτουν.
4) Το διανυόμενο διάστημα είναι ανάλογο του χρόνου.

➤ **Τύποι στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{σταθερή}$$

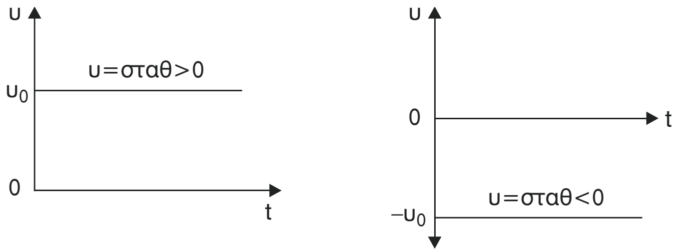
$$\Delta x = \upsilon \Delta t$$

$$x = x_0 + \upsilon t$$

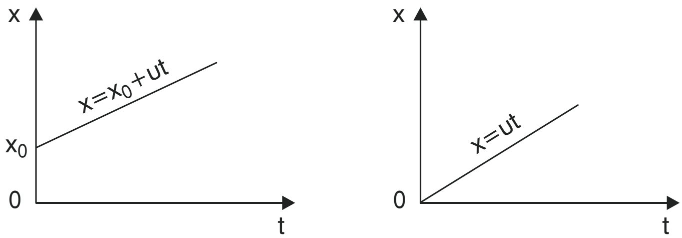
$$S = |\upsilon|\Delta t$$

➤ **Διαγράμματα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**

1)**υ – t**



2) **x – t**



▶ **Υπολογισμοί από τα διαγράμματα.**

1) Διάγραμμα υ – t ⟶ **Εμβαδό** ⟶ **Μετατόπιση**

2) Διάγραμμα x – t ⟶ **Κλίση** ⟶ **Ταχύτητα**

Εμβαδό πάνω από τον άξονα t **$\Delta x > 0$**

- Εμβαδό κάτω από τον άξονα t **$\Delta x < 0$**
- Μεγάλη κλίση - → **Μεγάλη ταχύτητα**

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1: **Αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα και σε χρόνο 30 s, διανύει απόσταση 1200 m**

α) Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του αυτοκινήτου.

β) Να εκφράσετε την ταχύτητα του αυτοκινήτου σε Km/h.

γ) Να γίνει το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ – t).

δ) Να βρείτε σε πόσο χρόνο το αυτοκίνητο, κινούμενο με την ίδια ταχύτητα, θα διανύσει 72 Km.