

1.4. ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

Α) Επιτάχυνση

Στις περισσότερες περιπτώσεις κινήσεων στη φύση, η ταχύτητα δεν παραμένει σταθερή.

Κάθε κίνηση στην οποία η ταχύτητα μεταβάλλεται, ονομάζεται **μεταβαλλόμενη κίνηση**.

Επειδή η ταχύτητα είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος, αρκεί να αλλάξει το μέτρο ή η κατεύθυνσή της για να μεταβληθεί. Έτσι, μεταβαλλόμενη κίνηση πραγματοποιεί ένας άνθρωπος που ανοίγει το βήμα του για να προλάβει το λεωφορείο, ένα αυτοκίνητο που φρενάρει, μια μοτοσυκλέτα που κινείται σε κυκλική πλατεία κ.τ.λ.

Το φυσικό μέγεθος που εκφράζει **το πόσο γρήγορα** μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός σώματος, είναι η επιτάχυνση.

Επιτάχυνση $\vec{a}$: είναι το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που ορίζεται από το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{u}$ ενός σώματος που πραγματοποιείται σε χρονικό διάστημα Δt , προς το χρονικό διάστημα Δt ,

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{u}}{\Delta t}$$

Η επιτάχυνση ως διανυσματικό φυσικό μέγεθος έχει:

α) **μέτρο**, που ισούται με $|\vec{a}| = \frac{|\Delta\vec{u}|}{\Delta t} = \frac{|\vec{u}_{\text{τελ}} - \vec{u}_{\text{αρχ}}|}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}}$

Στην **ευθύγραμμη κίνηση**, ισχύει $|a| = \frac{|\Delta u|}{\Delta t} = \frac{|u_{\text{τελ}} - u_{\text{αρχ}}|}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}}$

αφού τα διανύσματα $\vec{u}_{\text{αρχ}}$, $\vec{u}_{\text{τελ}}$ είναι συγγραμικά.

β) **διεύθυνση**, τη διεύθυνση του άξονα της κίνησης.

γ) **φορά**, τη φορά του διανύσματος $\Delta u = \vec{u}_{\text{τελ}} - \vec{u}_{\text{αρχ}}$

Σχόλια:

1) η επιτάχυνση είναι **ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας**.

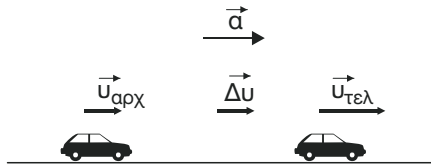
2) το μέτρο της επιτάχυνσης $|a|$ εκφράζει ουσιαστικά, το πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός σώματος.

3) **αλγεβρική τιμή επιτάχυνσης a :** είναι το πηλίκο της αλγεβρικής τιμής της με-

ταβολής της ταχύτητας Δu προς τον αντίστοιχο χρόνο Δt , δηλαδή

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

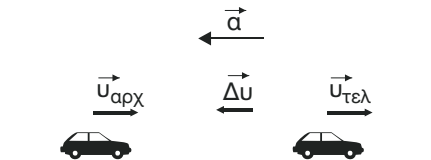
- **θετική αλγεβρική τιμή επιτάχυνσης** ($a > 0$), δηλαδή $\Delta u > 0 \Rightarrow u_{\text{τελ}} - u_{\text{αρχ}} > 0$
 $\Rightarrow u_{\text{τελ}} > u_{\text{αρχ}}$



Στο προηγούμενο σχήμα, επειδή $u_{\text{τελ}} > u_{\text{αρχ}}$ το διάνυσμα $\Delta \vec{u}$ έχει φορά προς τα δεξιά, άρα και η επιτάχυνση $\vec{a}$ θα έχει την ίδια φορά.

- **αρνητική αλγεβρική τιμή επιτάχυνσης** ($a < 0$), δηλαδή

$$\Delta u < 0 \Rightarrow u_{\text{τελ}} - u_{\text{αρχ}} < 0 \Rightarrow u_{\text{τελ}} < u_{\text{αρχ}}$$



Στο προηγούμενο σχήμα, επειδή $u_{\text{τελ}} < u_{\text{αρχ}}$ το διάνυσμα $\Delta \vec{u}$ έχει φορά προς τα αριστερά, άρα και η επιτάχυνση $\vec{a}$ θα έχει την ίδια φορά.

4) Όπως βλέπουμε και από τα προηγούμενα σχήματα, τα διανύσματα της επιτάχυνσης $\vec{a}$ και της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta \vec{u}$ είναι **ομόρροπα**, δηλαδή έχουν την ίδια κατεύθυνση.

Μονάδα επιτάχυνσης: μονάδα επιτάχυνσης στο S.I. είναι το **1 m/s²**

$$\left(a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}^2 \right).$$

Για παράδειγμα, επιτάχυνση 3 m/s² σημαίνει πως

B) Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

Ειδική περίπτωση της ευθύγραμμης μεταβαλλόμενης κίνησης είναι η ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη είναι η κίνηση που πραγματοποιεί ένα σώμα σε ευθεία γραμμή και σε ίσα χρονικά διαστήματα έχει ίσες μεταβολές ταχύτητας.

Από τα προηγούμενα γίνεται κατανοητό, πως ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη είναι η κίνηση που πραγματοποιείται με **σταθερή επιτάχυνση**.

Επειδή η επιτάχυνση είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος, σταθερή επιτάχυνση σημαίνει:

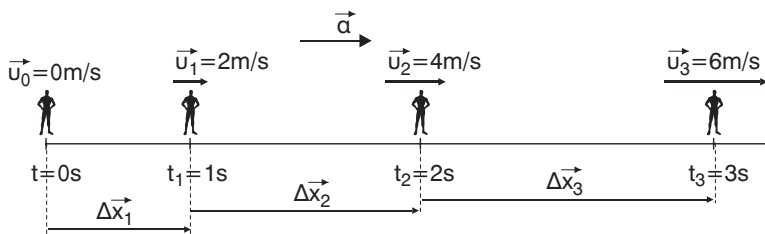
- α) σταθερό μέτρο
- β) σταθερή κατεύθυνση.

► Από τον ορισμό της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης, η **μεταβολή της ταχύτητας Δu** και το αντίστοιχο **χρονικό διάστημα Δt** , είναι **ποσά ανάλο-**

γα. Άρα το πηλίκο τους $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ είναι σταθερό, συνεπώς για την επιτάχυνση θα ισχύει:

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \text{σταθερή}$$

Παράδειγμα 1ο:



Το ανθρωπάκι του παραπάνω σχήματος, κάθε δευτερόλεπτο μεταβάλλει (αυξάνει) την ταχύτητά του κατά 2 m/s. Τα πηλίκια των μεταβολών της ταχύτητας προς τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα είναι μεταξύ τους ίσα:

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_1 - u_0}{t_1 - t_0} = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} = \frac{u_3 - u_2}{t_3 - t_2} = 2 \text{ m/s}^2$$

Η επιτάχυνση είναι σταθερή, με μέτρο $|\vec{a}| = 2 \text{ m/s}^2$. Προφανώς το ανθρωπάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

► Παρατηρούμε ότι στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, **σε ίσα χρονικά διαστήματα δεν έχουμε ίσες μετατοπίσεις** ($\Delta \vec{x}_1 \neq \Delta \vec{x}_2 \neq \Delta \vec{x}_3$).

Η ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση διακρίνεται σε:

- α) **επιταχυνόμενη**, όταν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται,
- β) **επιβραδυνόμενη**, όταν το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται.

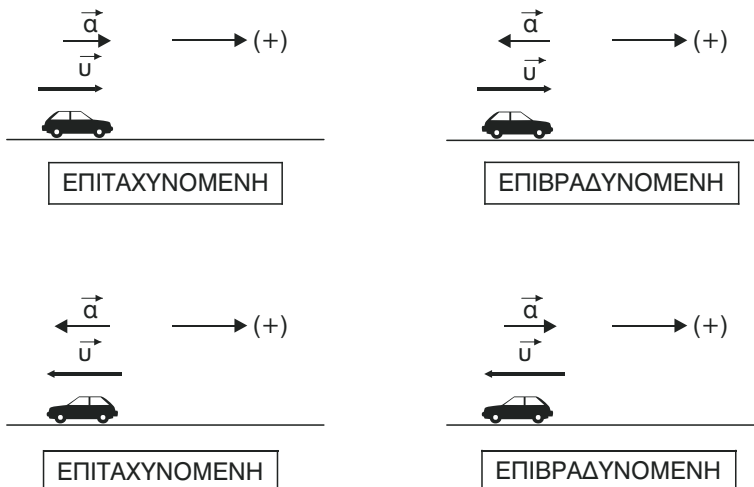
Προσοχή!

Είναι λάθος να διαχωρίζουμε επιταχυνόμενη και επιβραδυνόμενη κίνηση με βάση το πρόσημο της αλγεβρικής τιμής της επιτάχυνσης, δηλαδή **δεν σημαίνει απαραίτητα ότι αν:**

- $a > 0$, τότε η κίνηση είναι επιταχυνόμενη.
- $a < 0$, τότε η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

Ο διαχωρισμός επιταχυνόμενης και επιβραδυνόμενης κίνησης γίνεται με τη βοήθεια των διανυσμάτων ταχύτητας $\vec{u}$ και επιτάχυνσης $\vec{a}$:

- όταν τα διανύσματα $\vec{u}$ και $\vec{a}$ είναι ομόρροπα, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- όταν τα διανύσματα $\vec{u}$ και $\vec{a}$ είναι αντίρροπα, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.



Συνοψίζοντας, δίνουμε τον ακόλουθο χρήσιμο πίνακα:

	ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ		ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ	
ταχύτητα $\vec{u}$	θετική	αρνητική	θετική	αρνητική
επιτάχυνση $\vec{a}$	θετική	αρνητική	αρνητική	θετική
διανύσματα	ομόρροπα		αντίρροπα	

Γ) Εξισώσεις και διαγράμματα στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

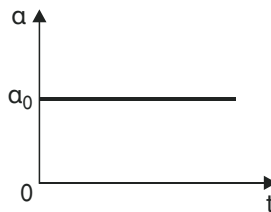
1) (I) Εξίσωση επιτάχυνσης - χρόνου

Όπως προαναφέρθηκε, στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η επιτάχυνση είναι σταθερή, άρα

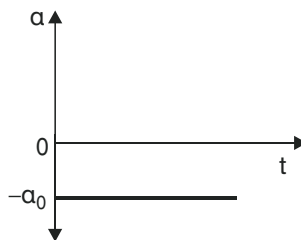
$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \text{σταθερή}$$

(II) Διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου (a – t)

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η επιτάχυνση είναι σταθερή, συνεπώς το διάγραμμα (a – t) θα είναι μια ευθεία γραμμή, παράλληλη στον άξονα των χρόνων:

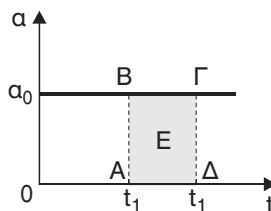


Αν τώρα, η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης είναι αρνητική, τότε το διάγραμμα (a – t) έχει την ακόλουθη μορφή:



Υπολογισμός μεταβολής ταχύτητας Δu από το διάγραμμα a – t.

Είδαμε πως το διάγραμμα a – t στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση έχει την παρακάτω μορφή:



Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ ισούται με:

$$E = (AB) \cdot (AD) = a_0(t_2 - t_1) = a_0 \Delta t$$

Όμως το γινόμενο $a_0 \Delta t$ (επιτάχυνση επί χρόνος) εκφράζει την μεταβολή της ταχύτητας Δu στο χρονικό διάστημα Δt . Συμπερασματικά και γενικεύοντας για κάθε ευθύγραμμη κίνηση:

Η μεταβολή της ταχύτητας Δu ισούται αριθμητικά με το εμβαδό που περικλείεται από το διάγραμμα $a - t$ και τον άξονα των χρόνων, στα χρονικά όρια της κίνησης.

2) (I) Εξίσωση ταχύτητας – χρόνου

Είναι η εξίσωση που δίνει την ταχύτητα $\vec{u}$ ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο t . Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η εξίσωση αυτή προκύπτει ως εξής:

Θεωρούμε ότι ένα σώμα την χρονική στιγμή t_0 έχει ταχύτητα $\vec{u}_0$ και την τυχαία χρονική στιγμή t έχει ταχύτητα $\vec{u}$. Από τον ορισμό της επιτάχυνσης έχουμε:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{u} = \vec{a} \Delta t \Rightarrow \vec{u} - \vec{u}_0 = \vec{a} (t - t_0) \Rightarrow$$

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{a}(t - t_0) \quad (\text{Εξίσωση ταχύτητας – χρόνου})$$

► Στην ειδική περίπτωση που $t_0 = 0$, η εξίσωση ταχύτητας - χρόνου παίρνει την μορφή.

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{a}t$$

Επειδή σε κάθε ευθύγραμμη κίνηση τα διανύσματα $\vec{u}_0$, $\vec{u}$ και $\vec{a}$ είναι συγγραμμικά, η διανυσματική εξίσωση $\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{a}t$ μπορεί να γραφεί και σε αλγεβρική μορφή. Θεωρώντας ως θετική τη φορά του διανύσματος $\vec{u}_0$ για την αλγεβρική μορφή της προηγούμενης εξίσωσης, διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

α) **στην επιταχυνόμενη κίνηση** $u = u_0 + a t$ αφού το διάνυσμα $\vec{a}$ έχει

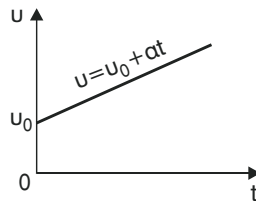
θετική φορά (ομόρροπο του $\vec{u}_0$).

β) **στην επιβραδυνόμενη κίνηση** $u = u_0 - a \cdot t$ αφού το διάνυσμα $\vec{a}$ έχει

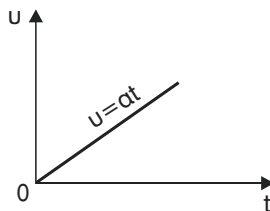
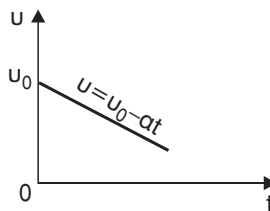
αρνητική φορά (αντίρροπο του $\vec{u}_0$).

(II) Διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου ($u - t$)

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου είναι **ευθεία** (εξίσωση α' βαθμού ως προς t):

α) επιταχυνόμενη κίνηση ($u = u_0 + at$)

Στην περίπτωση που $u_0 = 0$, το διάγραμμα $u - t$ είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων:

**β) επιβραδυνόμενη κίνηση ($u = u_0 - at$)**

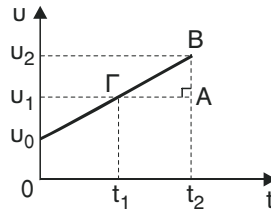
Από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου ($u - t$) στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, μπορούμε να υπολογίσουμε δύο μεγέθη:

i) Υπολογισμός μετατόπισης Δx

Όπως και στην περίπτωση της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, η **μετατόπιση Δx** βρίσκεται από το **εμβαδό** που περικλείεται από το **διάγραμμα $u - t$** και τον **άξονα των χρόνων**, στα χρονικά όρια της κίνησης.

ii) Υπολογισμός επιτάχυνσης a

Το διάγραμμα $u - t$ στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είδαμε πως έχει την παρακάτω μορφή:



Από το διάγραμμα φαίνεται, ότι το σώμα τη χρονική στιγμή t_1 έχει ταχύτητα u_1 και την χρονική στιγμή t_2 έχει ταχύτητα u_2 . Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, το πηλίκο $\frac{(AB)}{(A\Gamma)}$ εκφράζει **την κλίση της ευθείας $u - t$** .

Όμως, $(AB) = u_2 - u_1$ και $(A\Gamma) = t_2 - t_1$, συνεπώς: $\frac{(AB)}{(A\Gamma)} = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$.

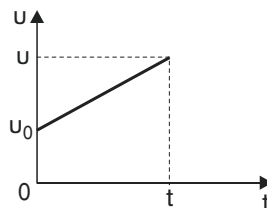
Επειδή το πηλίκο $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ ισούται με την επιτάχυνση a , συμπεραίνουμε ότι:

Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα $u - t$ στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, ισούται με την επιτάχυνση του σώματος.

3) (I) Εξίσωση θέσης - χρόνου

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση η εξίσωση αυτή προκύπτει ως εξής:

Το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου ($u - t$) σύμφωνα με την εξίσωση $u = u_0 + at$ έχει τη μορφή:



Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το εμβαδόν που περικλείεται από το διάγραμμα $u - t$ και τον άξονα των χρόνων στα χρονικά όρια της κίνησης, εκφράζει την μετατόπιση Δx . Στην περίπτωση μας, η μετατόπιση Δx ισούται αριθμητικά με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό του τραapeζίου $OAB\Gamma$:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{τραπ}} &= \frac{\text{άθροισμα βάσεων}}{2} \cdot \text{ύψος} = \frac{(OA) + (B\Gamma)}{2} \cdot (O\Gamma) = \\
 &= \frac{u_0 + u}{2} \cdot (t - 0) = \frac{u_0 + u}{2} \cdot t. \text{ Όμως } u = u_0 + at, \text{ συνεπώς} \\
 E_{\text{τραπ}} &= \frac{u_0 + (u_0 + at)}{2} t = \frac{2u_0 + at}{2} t = \frac{2u_0 t + at^2}{2} = u_0 t + \frac{1}{2} at^2, \text{ άρα}
 \end{aligned}$$

$$\Delta x = u_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Επειδή $\Delta x = x - x_0$, θεωρώντας $x_0 = 0$ προκύπτει η εξίσωση θέσης - χρόνου στην **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση**:

$$x = u_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Στην ειδική περίπτωση που $u_0 = 0$, η εξίσωση θέσης - χρόνου γίνεται

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

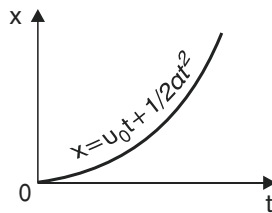
Στην **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση** η εξίσωση θέσης - χρόνου έχει μορφή:

$$x = u_0 t - \frac{1}{2} at^2$$

II) Διάγραμμα θέσης - χρόνου (x - t)

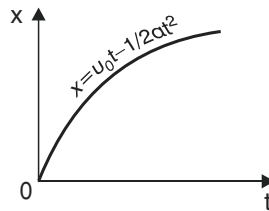
Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση το διάγραμμα θέσης - χρόνου (x - t) είναι παραβολή (εξίσωση β' βαθμού ως προς t):

α) επιταχυνόμενη κίνηση ($x = u_0 t + \frac{1}{2} a t^2$)

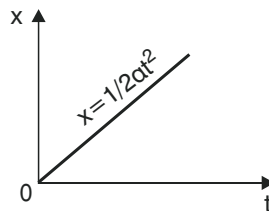


Στην περίπτωση που $u_0 = 0$, το διάγραμμα x - t έχει ανάλογη μορφή.

β) επιβραδυνόμενη κίνηση ($x = u_0 t - \frac{1}{2} a t^2$)

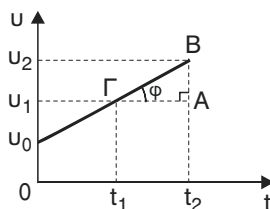


- Είδαμε ότι στην περίπτωση που $u_0 = 0$, η εξίσωση θέσης – χρόνου είναι της μορφής $x = \frac{1}{2} a t^2$. Πολλές φορές, μας ζητείται να παραστήσουμε γραφικά τη θέση x ενός σώματος που πραγματοποιεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση **χωρίς αρχική ταχύτητα ($u_0 = 0$)**, σε συνάρτηση με **το τετράγωνο του χρόνου (t^2)**. Σ' αυτήν την περίπτωση το διάγραμμα $x - t^2$ είναι ευθεία γραμμή, που διέρχεται από την αρχή των αξόνων:



Σχόλια:

1)



Το πηλίκο $\frac{(AB)}{(A\Gamma)}$, δηλαδή η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα $u - t$, ουσιαστικά ισοούται με την εφαπτομένη της γωνίας ϕ (εφφ):

$$\varepsilon\phi\phi = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκειμένη κάθετη}} = \frac{(AB)}{(A\Gamma)} = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = a = \text{κλίση}$$

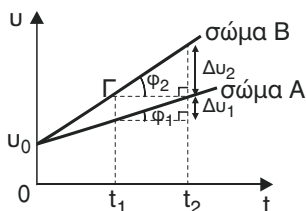
2) Για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης από το διάγραμμα $u-t$ στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση:

i) επιλέγουμε δύο σημεία πάνω στην ευθεία και βρίσκουμε τις ταχύτητες u_1, u_2 και τις χρονικές στιγμές t_1, t_2 που αντιστοιχούν στα σημεία αυτά.

ii) παίρνουμε τον τύπο της επιτάχυνσης και αντικαθιστούμε:

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_2 - u_1}{t_2 - t_1}$$

3)



Όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της ευθείας στο διάγραμμα $u - t$ και του άξονα των χρόνων t , τόσο μεγαλύτερη είναι η επιτάχυνση του σώματος.

Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει από το σχήμα, αν παρατηρήσουμε ότι στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$, η μεταβολή της ταχύτητας Δu_2 του σώματος B είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη μεταβολή της ταχύτητας Δu_1 του σώματος A. Έτσι έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} a_A &= \frac{\Delta u_1}{\Delta t} \\ a_B &= \frac{\Delta u_2}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\Delta u_2 > \Delta u_1 \\ &\implies a_B > a_A \end{aligned}$$

► **Υπολογισμός συνολικού χρόνου $t_{ολ}$ και συνολικού διαστήματος $S_{ολ}$ στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.**

Σε πολλά προβλήματα ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης ζητείται το διάστημα που θα διανύσει συνολικά το σώμα μέχρι να σταματήσει και ο αντίστοιχος χρόνος. Η διαδικασία για τον υπολογισμό του συνολικού διαστήματος $S_{ολ}$ και του αντίστοιχου χρόνου $t_{ολ}$ είναι η εξής:

α) Η εξίσωση ταχύτητας-χρόνου είναι:

$$u = u_0 - at$$

Αντικαθιστώντας με $u = 0$ επειδή η τελική ταχύτητα είναι μηδέν (το σώμα σταματά) και λύνοντας ως προς t , ο συνολικός χρόνος κίνησης $t_{ολ}$ είναι:

$$0 = u_0 - at_{\text{ολ}} \Rightarrow at_{\text{ολ}} = u_0 \Rightarrow \boxed{t_{\text{ολ}} = \frac{u_0}{a}}$$

β) Η εξίσωση διαστήματος-χρόνου είναι

$$S = u_0 t - \frac{1}{2} at^2$$

Αντικαθιστώντας με το συνολικό χρόνο $t_{\text{ολ}} = \frac{u_0}{a}$ που βρήκαμε προηγουμένως, το συνολικό διάστημα $S_{\text{ολ}}$ που διανύει το σώμα μέχρι να σταματήσει είναι:

$$S_{\text{ολ}} = u_0 \cdot t_{\text{ολ}} - \frac{1}{2} a \cdot t_{\text{ολ}}^2 = u_0 \left(\frac{u_0}{a} \right) - \frac{1}{2} a \left(\frac{u_0}{a} \right)^2 = \frac{u_0^2}{a} - \frac{u_0^2}{2a} \Rightarrow \boxed{S_{\text{ολ}} = \frac{u_0^2}{2a}}$$

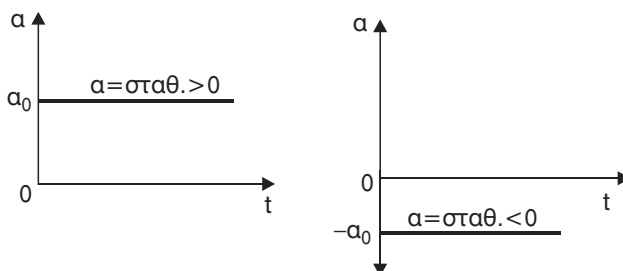
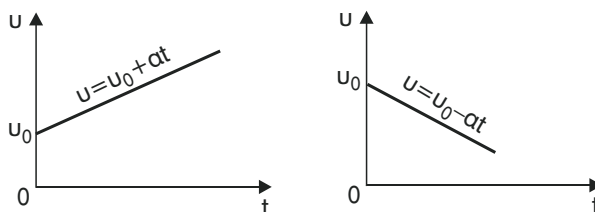
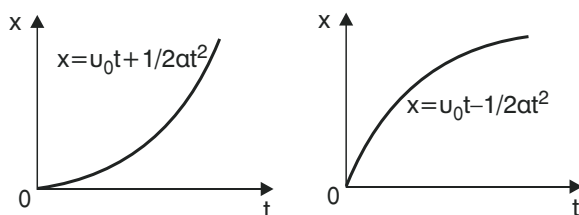
Τυπολόγιο-Παρατηρήσεις

► Χαρακτηριστικά ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης

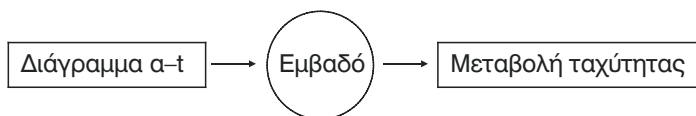
- 1) Πραγματοποιείται με σταθερή επιτάχυνση
- 2) Σε ίσα χρονικά διαστήματα έχουμε ίσες μεταβολές ταχύτητας, αλλά όχι ίσες μετατοπίσεις.
- 3) Η ταχύτητα μεταβάλλεται ανάλογα με το χρόνο.
- 4) Διακρίνεται σε επιταχυνόμενη και επιβραδυνόμενη:
 - i) **επιταχυνόμενη**, όταν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται και τα διανύσματα επιτάχυνσης $\vec{a}$ και ταχύτητας $\vec{v}$ είναι **ομόρροπα**.
 - ii) **επιβραδυνόμενη**, όταν το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται και τα διανύσματα επιτάχυνσης $\vec{a}$ και ταχύτητας $\vec{v}$ είναι **αντίρροπα**.

Τύποι στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

	Επιταχυνόμενη	Επιβραδυνόμενη
Επιτάχυνση	$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \text{σταθερή}$	$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \text{σταθερή}$
Ταχύτητα	$u = u_0 + at$ $u = at, \text{ όταν } u_0 = 0$	$u = u_0 - at$
Θέση	$x = u_0 t + \frac{1}{2} at^2$ $x = \frac{1}{2} at^2, \text{ όταν } u_0 = 0$	$x = u_0 t + \frac{1}{2} at^2$

Διαγράμματα στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση**1. $a - t$** **2. $v - t$** **3. $x - t$** **Υπολογισμοί από τα διαγράμματα**

1)



2)



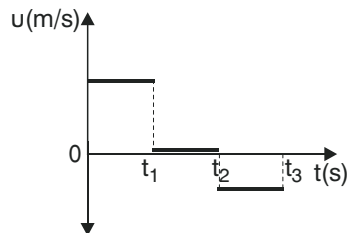
3)



- Εμβαδό πάνω από τον άξονα $t \rightarrow \Delta u > 0$
- Εμβαδό κάτω από τον άξονα $t \rightarrow \Delta u < 0$
- **Μεγάλη κλίση** σε διάγραμμα $u - t \rightarrow$ **Μεγάλη επιτάχυνση**
- **Μεγάλη κλίση** σε διάγραμμα $x - t \rightarrow$ **Μεγάλη ταχύτητα**

Μελέτη διαγραμμάτων σε συνδυασμένες κινήσεις

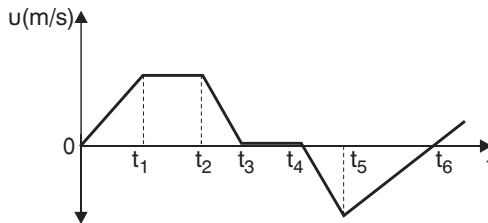
1) Διάγραμμα $a-t$



Είδη κινήσεων

- (0 $\rightarrow$ t_1) s:** η επιτάχυνση είναι σταθερή και θετική
 η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο
 η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**
- ($t_1 \rightarrow t_2$) s:** η επιτάχυνση είναι σταθερή και ίση με μηδέν
 η ταχύτητα είναι σταθερή
- ($t_2 \rightarrow t_3$) s:** η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή**
 η επιτάχυνση είναι σταθερή και αρνητική
 η ταχύτητα μειώνεται ανάλογα με το χρόνο
 η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη**

► Στο προηγούμενο παράδειγμα θεωρήσαμε την αρχική ταχύτητα θετική.

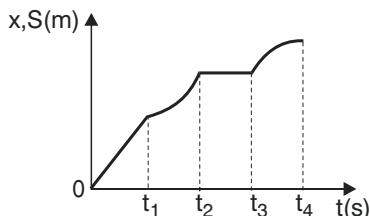
II) Διάγραμμα $υ - t$ 

Είδη κινήσεων

- (0 $\rightarrow$ t_1) s:** η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο (το διάγραμμα είναι ευθεία γραμμή)
η επιτάχυνση είναι σταθερή και θετική
η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**
- ($t_1 \rightarrow t_2$) s:** η ταχύτητα είναι σταθερή
η επιτάχυνση είναι ίση με μηδέν
η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή**
- ($t_2 \rightarrow t_3$) s:** η ταχύτητα μειώνεται ανάλογα με το χρόνο (το διάγραμμα είναι ευθεία γραμμή)
η επιτάχυνση είναι σταθερή και αρνητική
η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη**
- ($t_3 \rightarrow t_4$) s:** η ταχύτητα είναι σταθερή και ίση με μηδέν
το σώμα παραμένει **ακίνητο**
- ($t_4 \rightarrow t_5$) s:** η ταχύτητα αυξάνεται κατά μέτρο (απόλυτη τιμή) ανάλογα με το χρόνο
το σώμα κινείται προς την **αντίθετη φορά** από αυτήν που ορίσαμε ως θετική
η επιτάχυνση είναι αρνητική (!)
η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**
- ($t_5 \rightarrow t_6$) s:** η ταχύτητα μειώνεται κατά μέτρο (απόλυτη τιμή) ανάλογα με το χρόνο
το σώμα κινείται προς την αρνητική φορά
η επιτάχυνση είναι θετική (!)
η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη**
➤ Τη χρονική στιγμή t_6 η ταχύτητα **μηδενίζεται στιγμιαία** και στη συνέχεια η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

► Σε κάθε περίπτωση συνδυασμού κινήσεων είμαστε υποχρεωμένοι να ορίσουμε μια φορά κίνησης ως θετική. Όταν η ταχύτητα είναι θετική, το σώμα κινείται προς τη θετική φορά, ενώ όταν είναι αρνητική το σώμα κινείται προς την αντίθετη φορά.

III) Διάγραμμα $x-t$ και $S-t$



Είδη κινήσεων

- ($0 \rightarrow t_1$) s : το διάστημα (και η θέση) αυξάνονται ανάλογα με το χρόνο η ταχύτητα είναι σταθερή η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή**
- ($t_1 \rightarrow t_2$) s : το διάγραμμα είναι **παραβολή** και από τη μορφή του συμπεραίνουμε πως η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**.
- ($t_2 \rightarrow t_3$) s : το διάστημα (και η θέση) παραμένουν σταθερά το σώμα είναι **ακίνητο**.
- ($t_3 \rightarrow t_4$) s : το διάγραμμα είναι παραβολή και από τη μορφή του συμπεραίνουμε πως η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη**

► Σε πολλά προβλήματα δίνεται ένα διάγραμμα και μας ζητείται κάποιο άλλο. Για παράδειγμα μπορεί να δίνεται ένα διάγραμμα $a - t$ και να ζητείται το αντίστοιχο διάγραμμα $u - t$ ή να δίνεται ένα διάγραμμα $u - t$ και να ζητείται το αντίστοιχο διάγραμμα $x - t$ (ή $S - t$)

Σε αυτές τις περιπτώσεις θα πρέπει να έχουμε υπ' όψην μας τα εξής:

α) Για να βρούμε το διάγραμμα $u - t$ αν γνωρίζουμε το διάγραμμα $a - t$ ή το αντίστροφο, χρησιμοποιούμε την εξίσωση:

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u_{\text{τελ}} - u_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}}$$

στα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα.

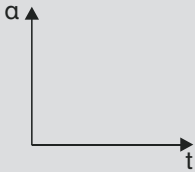
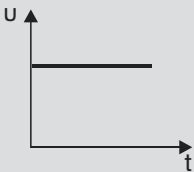
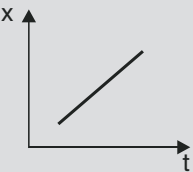
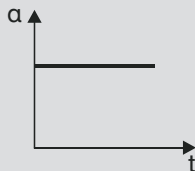
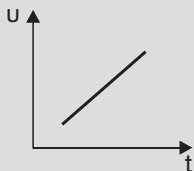
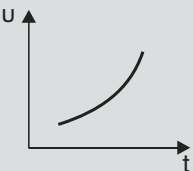
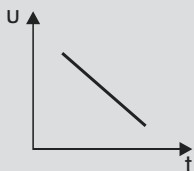
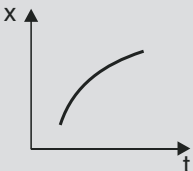
β) Για να βρούμε το διάγραμμα $x - t$ (ή $S - t$) αν γνωρίζουμε το διάγραμμα $u - t$, χρησιμοποιούμε την εξίσωση:

i) $u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}}$, στα χρονικά διαστήματα που η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή**

ii) $\Delta x = u_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$, στα χρονικά διαστήματα που η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη** ή $\Delta x = u_0 \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t^2$, στα χρονικά διαστήματα που η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη**. Η χρήση των δύο τελευταίων εξισώσεων προϋποθέτει την εύρεση της επιτάχυνσης a , από την εξίσωση $a = \frac{\Delta u}{\Delta t}$.

Προσοχή!! Το πρώτο βήμα που πρέπει να κάνουμε σε ασκήσεις που δίνεται κάποιο διάγραμμα, είναι να προσδιορίσουμε **τα είδη των επιμέρους κινήσεων** στα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα.

Με τη βοήθεια του παρακάτω πίνακα μπορούμε να βρούμε ποιοτικά ένα διάγραμμα, όταν μας δίνεται κάποιο άλλο:

$a - t$		$u - t$		$x - t$	Είδος κίνησης
	$\Leftrightarrow$		$\Leftrightarrow$		Ευθύγραμμη ομαλή
	$\Leftrightarrow$		$\Leftrightarrow$		Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
	$\Leftrightarrow$		$\Leftrightarrow$		Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

► Τα διαγράμματα του προηγούμενου πίνακα αναφέρονται σε κινήσεις που πραγματοποιούνται κατά τη θετική φορά.