

# ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ ΑΠΟ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

## ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΘΕΜΑ 2 (22002)

Δίνεται ότι  $\eta\mu 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ . Να βρείτε τους ακόλουθους τριγωνομετρικούς αριθμούς, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

α)  $\sigma\upsilon\nu 72^\circ$  (Μονάδες 8)

β)  $\sigma\upsilon\nu 108^\circ$  (Μονάδες 9)

γ)  $\eta\mu 162^\circ$  (Μονάδες 8)

### ΘΕΜΑ 2 (18229)

Έστω  $\theta$  μια γωνία για την οποία ισχύει  $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{2}{3}$  και  $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ .

α) Να βρείτε το  $\eta\mu\theta$ . (Μονάδες 13)

β) Αν  $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \sigma\upsilon\nu(\pi - \theta)\sigma\upsilon\nu(-\theta) - \eta\mu(\pi - \theta)\eta\mu(-\theta).$$
 (Μονάδες 12)

### ΘΕΜΑ 2 (20817)

Δίνεται γωνία  $\omega$ , με  $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ , για την οποία ισχύει  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$ .

α) Να δείξετε ότι  $\eta\mu\omega = -\frac{3}{5}$ . (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίστε την τιμή της παράστασης  $A = \frac{\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega}{1 + \varepsilon\varphi\omega}$ . (Μονάδες 13)

### ΘΕΜΑ 2 (21235)

Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{\eta\mu(180^\circ - 20^\circ) \cdot \sigma\upsilon\nu(-3x)}{\sigma\upsilon\nu(90^\circ - 20^\circ)}$ .

α) Να δείξετε ότι  $A = \sigma\upsilon\nu 3x$ . (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την μέγιστη τιμή και την περίοδο της συνάρτησης  $f(x) = \sigma\upsilon\nu 3x$ . (Μονάδες 12)

**ΘΕΜΑ 2 (31568)**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της συνάρτησης  $f$ ; (Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου. (Μονάδες 13)

**ΘΕΜΑ 4 (15021)**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική της παράσταση έχει κέντρο συμμετρίας το  $O(0,0)$ . (Μονάδες 6)

γ) Να υπολογίσετε την παράσταση  $f(\ln 2) + f(\ln \frac{1}{2})$ . (Μονάδες 7)

δ) Να αποδείξετε ότι  $f(\eta\mu\theta) + f(\eta\mu(\pi + \theta)) = 0$ , για κάθε  $\theta \in \mathbb{R}$  με  $\eta\mu\theta \neq 0$ . (Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 4 (15050)**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2 \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε δυο κοινά σημεία της γραφικής παράστασης  $C_f$  της  $f$  με την ευθεία  $y = 1$ . (Μονάδες 5)

γ) Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$  και  $f\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ . (Μονάδες 6)

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση, στο διάστημα  $[0, 2\pi]$ . (Μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ 4 (20857)**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - ax^2 + 7x - \beta$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το  $x - 3$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης  $P(x) : (x + 1)$  είναι  $v = -16$ , τότε:

α) Να υπολογισθούν οι τιμές των  $\alpha, \beta$ . (Μονάδες 06)

Αν είναι  $\alpha = 5$ ,  $\beta = 3$ ,

β) να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ . (Μονάδες 07)

γ) να λυθεί η ανίσωση  $P(x) < 0$ . (Μονάδες 06)

δ) Αν  $P(\ln k) < 0$ , τότε να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού  $k$ . (Μονάδες 06)

**ΘΕΜΑ 4 (18713)**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - \alpha x^2 + 2x + \beta$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Αν  $P(1) = 2$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης  $P(x) : (x - 2)$  ισούται με 15,

α) Να δείξετε ότι  $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$ .

(Μονάδες 8)

β)

i. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο  $\pi(x) = x^2 + 1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$ .

(Μονάδες 5)

ii. Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

(Μονάδες 5)

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $\sigma\upsilon\nu^3 x + \sigma\upsilon\nu x = 1 - \frac{1}{2}\eta\mu^2 x$ ,  $x \in (0, 2\pi)$

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 4 (15015)**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$ .

α) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ . (Μονάδες 7)

β) Να λύσετε την εξίσωση  $\ln^3 x - \ln^2 x - 2\ln x = 0$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $\ln^3 x - \ln^2 x - 2\ln x > 0$ .

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 4 (21674)**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \log \sqrt{10^x - 2}$ .

α) Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  είναι το  $A = (\log 2, +\infty)$ .

(Μονάδες 07)

β) Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = \log \sqrt{\frac{10^x}{3}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

i. Να λυθεί η εξίσωση  $\sqrt{\frac{10^x}{3}} = \sqrt{10^x - 2}$  με  $x \in (\log 2, +\infty)$ .

(Μονάδες 09)

ii. Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων, των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ . (Μονάδες 09)

**ΘΕΜΑ 4 (21444)**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπους  $f(x) = 4^x$  και  $g(x) = 2^x - \frac{1}{4}$ .

α) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  έχουν ακριβώς ένα κοινό σημείο  $A$ , του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες.

(Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της  $g$ , με εξαίρεση το σημείο  $A$ .

(Μονάδες 9)

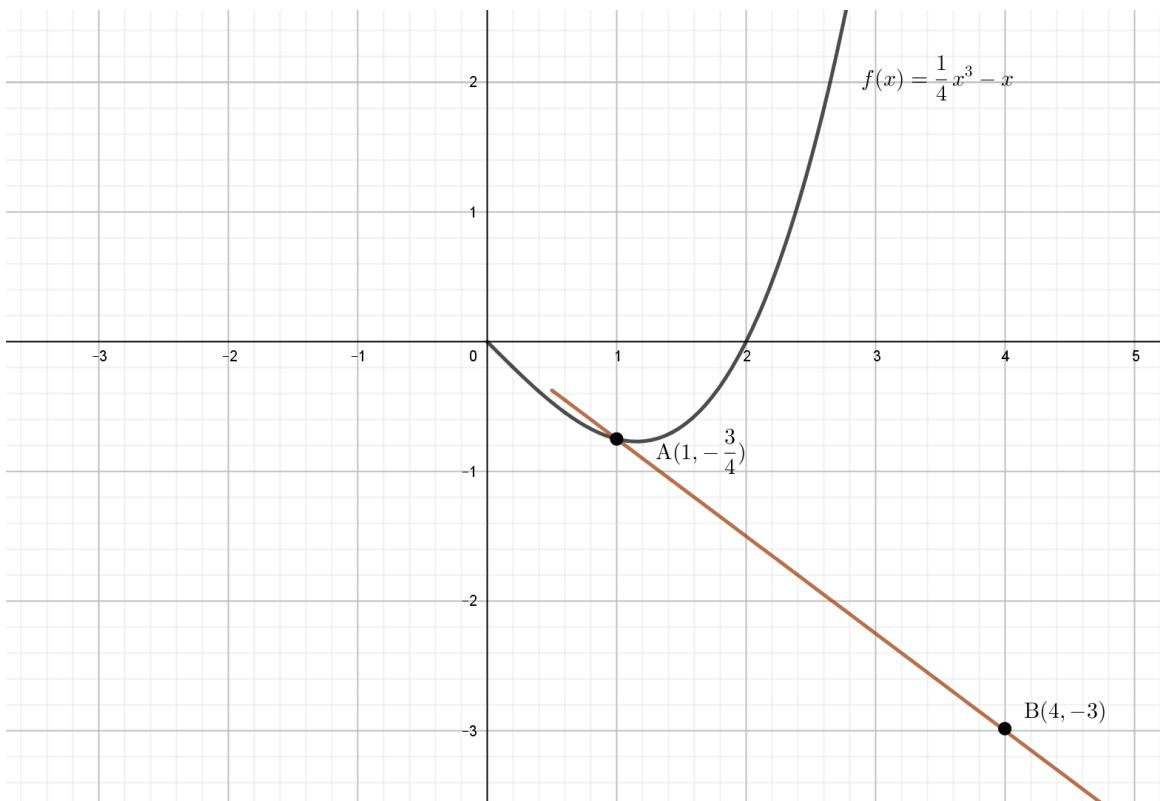
γ) Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις  $f$  και  $g$  στο ίδιο σύστημα αξόνων.

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ 4 (17919)**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x$ ,

$x \in \mathbb{R}$  και η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $A\left(1, -\frac{3}{4}\right)$  και  $B(4, -3)$ .



α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $AB$ .

(Μονάδες 6)

β)

i. Να αποδείξετε ότι  $f(-x) = -f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 5)

ii. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  για  $x < 0$ .

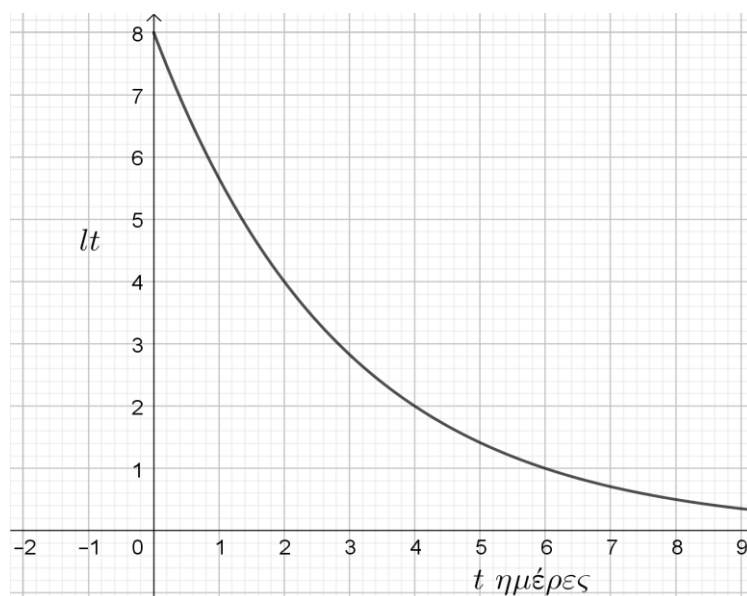
(Μονάδες 6)

γ) Αν η ευθεία  $AB$  έχει εξίσωση  $y = -\frac{3}{4}x$ , με χρήση του β) ερωτήματος ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε τα κοινά σημεία της ευθείας με την γραφική παράσταση της  $f$ .

(Μονάδες 8)

#### ΘΕΜΑ 4 (21854)

Ένα δοχείο περιέχει υγρό το οποίο εξατμίζεται. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η ποσότητα  $Q$ , σε λίτρα, του υγρού που έχει απομείνει στο δοχείο μετά από  $t$  ημέρες.



Η ποσότητα του υγρού στο δοχείο μειώνεται εκθετικά και μετά από  $t$  ημέρες δίνεται από τη σχέση  $Q(t) = Q_0 2^{-\frac{t}{c}}$ ,  $c \in \mathbb{R}$ , όπου  $Q_0$  η αρχική ποσότητα του υγρού.

α) Με βάση το διάγραμμα:

i. να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

|                                     |   |   |   |   |
|-------------------------------------|---|---|---|---|
| Χρόνος $t$ σε ημέρες                | 0 | 2 | 4 | 6 |
| Ποσότητα $Q(t)$ του υγρού σε λίτρα. |   |   |   |   |

(Μονάδες 5)

ii. να βρείτε την αρχική ποσότητα  $Q_0$  του υγρού,

(Μονάδες 3)

iii. να βρείτε το χρόνο που χρειάζεται για να εξατμιστεί η μισή ποσότητα του υγρού που υπήρχε τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στο δοχείο.

(Μονάδες 5)

β) Αν  $Q_0 = 8$  και  $Q(2) = 4$ , να δείξετε ότι  $c = 2$ .

(Μονάδες 7)

γ) Αν  $Q(t) = 8 \cdot 2^{-\frac{t}{2}}$ , να δείξετε ότι χρειάζεται να περάσουν δύο ημέρες για να εξατμιστεί η μισή ποσότητα  $Q(t)$  του υγρού που υπάρχει στο δοχείο οποιαδήποτε χρονική στιγμή  $t$ .

(Μονάδες 5)

#### ΘΕΜΑ 4 (20859)

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 09)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια ή περιττή.

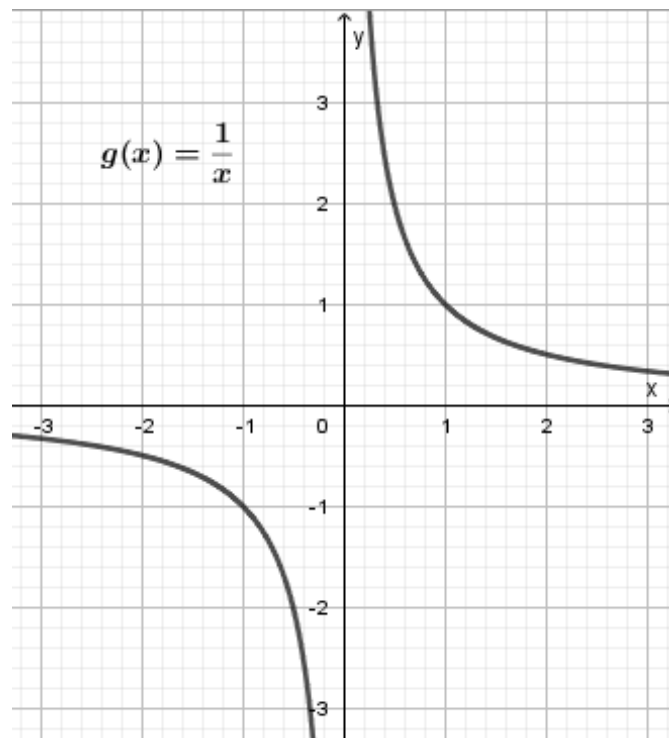
(Μονάδες 05)

γ)

i. Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 02)

ii. Αν γνωρίζετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = \frac{1}{x}$  είναι η παρακάτω,



να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 04)

δ) Να λύσετε την εξίσωση:  $\left| \frac{1}{f(x)} \right| = 1$ .

(Μονάδες 05)

