**& 1.1. ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΤΥΧΗΣ, ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ ΚΑΙ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ**

* **Πειράματα τύχης**

Ένα πείραμα, που η γνώση των συνθηκών κάτω από τις οποίες εκτελείται μας επιτρέπει να προκαθορίσουμε πλήρως το αποτέλεσμά του, λέγεται **αιτιοκρατικό (deterministic) πείραμα**.

Πειράματα, το αποτέλεσμα των οποίων δεν μπορούμε εκ των προτέρων να προβλέψουμε

και υπάρχει αβεβαιότητα ως προς την έκβασή τους, μολονότι επαναλαμβάνονται

(φαινομενικά τουλάχιστον) κάτω από τις ίδιες συνθήκες, ονομάζονται **πειράματα**

**τύχης (random experiments)** και μελετώνται από τη Θεωρία των Πιθανοτήτων.

* **Δειγματικός χώρος**

Όλα τα αποτελέσματα που μπορούν να εμφανιστούν σε μία εκτέλεση ένος πειράματος τύχης λέγονται **δυνατά αποτελέσματα** **του πειράματος**.

Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων λέγεται **δειγματικός χώρος** (εν συντομία **δ.χ**.) και συμβολίζεται συνήθως με το γράμμα **Ω**.

Αν ω1, ω2,...,ωκ είναι τα δυνατά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης, τότε ο δειγματικός χώρος του πειράματος θα είναι το σύνολο: **Ω = {ω1, ω2,..., ωκ}.**

π.χ. Αν θεωρήσουμε ως πείραμα τύχης τη ρίψη ενός ζαριού και μας ενδιαφέρει η ένδειξη της άνω έδρας, τότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο δ.χ. είναι:

* **Ενδεχόμενα**

Οποιοδήποτε σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων του πειράματος τύχης ονομάζεται **ενδεχόμενο**.

Για παράδειγμα, στη ρίψη ενός ζαριού κάποια ενδεχόμενα είναι τα παρακάτω Α, Β και Γ:

Α: «Έρχεται άρτιος αριθμός»,

Β: «Έρχεται αριθμός μικρότερος του 5»,

Γ: «Έρχεται 1».

Κάθε ενδεχόμενο αντιστοιχεί σε ένα σύνολο στοιχείων του δ.χ. Ω ={1, 2, 3, 4, 5, 6}

δηλαδή σε ένα υποσύνολο του Ω.

Τα παραπάνω ενδεχόμενα γράφονται :

Α=

Β=

Γ=

Αν γίνει μία ρίψη του ζαριού και το αποτέλεσμα είναι 3, τότε λέμε ότι το Β πραγματοποιείται γιατί περιέχει το 3, ενώ τα Α και Γ δεν πραγματοποιούνται, γιατί δεν περιέχουν το 3.

Το 3 είναι ένα ευνοϊκό αποτέλεσμα για το Β.

 Άλλα ευνοϊκά αποτελέσματα για το Β είναι τα 1, 2 και 4.

Αντίστοιχα, ευνοϊκά αποτελέσματα για το Α είναι τα 2, 4 και 6, ενώ για το Γ είναι μόνο το 1.

**Εφαρμογή 1**

Η Αθηνά και ο Κωστής προσπαθούν να γράψουν έναν δ.χ. για το πείραμα τύχης

των τριών διαδοχικών ρίψεων ενός νομίσματος.

Κατασκευάζουμε το παρακάτω δενδροδιάγραμμα:

1η ρίψη 2η ρίψη 3η ρίψη

**Άσκηση 1**

Τα χρώματα μιας ομάδας βόλεϊ είναι λευκό, γαλάζιο και μαύρο. Για κάθε παίκτη/παίκτρια η ομάδα δίνει τα εξής ρούχα:

— Τρεις μονόχρωμες μπλουζες: Μία λευκή (Λ), μία γαλάζια (Γ) και μία μαύρη (Μ).

— Τρία μονόχρωμα σορτσάκια, στα ίδια χρώματα με τις μπλούζες.

— Δύο ζευγάρια κάλτσες, ένα μαύρο κι ένα λευκό.

Επιλέγουμε τυχαία μία μπλούζα, ένα σορτσάκι κι ένα ζευγάρι κάλτσες.

α) Να γράψετε έναν δ.χ. του πειράματος τύχης.

β) Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω δ.χ. να βρείτε το ενδεχόμενο Α: «τα ρούχα που επιλέξαμε έχουν ίδιο χρώμα».

**Άσκηση 6**

Δύο παίκτες παίζουν σκάκι και συμφωνούν να είναι νικητής εκείνος που πρώτος θα κερδίσει δύο παρτίδες. Να γράψετε έναν δ.χ. για το πείραμα τύχης, από τον οποίο να προκύπτει πόσα παιχνίδια έγιναν μέχρι να βγει νικητής, ποιος προηγήθηκε και ποιος τελικά κέρδισε.

* **Η γλώσσα των συνόλων**

Όπως είδαμε τα ενδεχόμενα είναι υποσύνολα του δ.χ. Ω. Συνεπώς, μπορούν να αναπαρασταθούν με διαγράμματα Venn.

* Διάγραμμα Venn δειγματικού χώρου Ω και ενδεχομένου Α
* **Τομή**

**Η τομή των ενδεχομένων Α και Β** συμβολίζεται με **Α ∩ Β** και **πραγματοποιείται** όταν το Α **και** το Β πραγματοποιούνται .

Τα στοιχεία της τομής των Α και Β είναι τα κοινά στοιχεία των δύο ενδεχομένων Α και Β.

Για το παραπάνω παράδειγμα είναι: Α ∩ Β =

* **Ένωση**

**Η ένωση των Α και Β** συμβολίζεται με **Α ∪ Β** και **πραγματοποιείται** όταν **ένα τουλάχιστον** από τα Α ή Β πραγματοποιείται.

Τα στοιχεία της ένωσης των Α και Β είναι τα κοινά και μη κοινά στοιχεία των δύο ενδεχομένων Α και Β.

Για το παραπάνω παράδειγμα είναι: Α ∪ Β =

* **Συμπληρωματικό**

**Το συμπληρωματικό του ενδεχομένου Α** συμβολίζεται με **Α΄** και **πραγματοποιείται**, **αν το** **Α δεν πραγματοποιείται**.

Τα στοιχεία του συμπληρωματικού ενδεχομένου Α’ είναι τα στοιχεία του δ.χ. Ω που δεν περιέχονται στο Α.

Για το παραπάνω παράδειγμα είναι: Α ́ =

* **Διαφορά**

**Η διαφορά του Β από το Α** συμβολίζεται με **Α - Β** και **πραγματοποιείται** όταν **το Α** **πραγματοποιείται αλλά όχι το Β**.

 Η διαφορά Α - Β αποτελείται από τα στοιχεία του Α που δεν περιέχονται στο Β.

Για το παραπάνω παράδειγμα είναι: Α - Β =

Ανάλογα, στο παράδειγμά μας B - A =

* **Παρατηρήσεις**

Με αφορμή το παράδειγμα του ζαριού κάνουμε τις παρακάτω γενικές παρατηρή-

σεις:

— Ένα ενδεχόμενο που περιέχει **ένα μόνο στοιχείο** του δ.χ., όπως το Γ στο παράδειγμά μας, ονομάζεται **απλό ή στοιχειώδες**.

— Ενδεχόμενα που περιέχουν **περισσότερα από ένα στοιχεία** του δ.χ., όπως τα Α και Β στο παράδειγμά μας, ονομάζονται **σύνθετα.**

— Το ενδεχόμενο **∅** που δεν περιέχει στοιχεία (κενό σύνολο)ονομάζεται **αδύνατο ενδεχόμενο**.

Δεν πραγματοποιείται ποτέ.

— **Αν δύο ενδεχόμενα δεν έχουν κοινά στοιχεία** (δηλαδή δεν μπορούν να πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα), όπως τα Α και Γ στο παράδειγμά μας όπου **Α ∩ Γ = ∅,** λέμε ότι είναι **ασυμβίβαστα.** Έτσι, τα Α και Γ είναι ασυμβίβαστα.

— Το **ενδεχόμενο Ω** ονομάζεται **βέβαιο** ενδεχόμενο. Πραγματοποιείται πάντα.

**Άσκηση 3**

 Ένα κουτί έχει τρεις μπάλες, μία άσπρη, μία κόκκινη και μία μαύρη.

 Παίρνουμε από το κουτί μια μπάλα τυχαία και καταγράφουμε το χρώμα της.

 Μετά ξανατοποθετούμε τη μπάλα στο κουτί και επαναλαμβάνουμε άλλη μία φορά την τυχαία επιλογή μπάλας.

 Έτσι, στο τέλος έχουμε καταγράψει δύο χρώματα (ίδια ή διαφορετικά), ένα για κάθε μπάλα που επιλέξαμε.

Να γράψετε έναν δ.χ. για το πείραμα τύχης και στη συνέχεια να απαντήσετε στα ερωτήματα:

α) Ποιο είναι το ενδεχόμενο Α: «η πρώτη μπάλα είναι κόκκινη»;

β) Ποιο είναι το ενδεχόμενο Β: «η δεύτερη μπάλα είναι κόκκινη»;

γ) Να εκφράσετε λεκτικά το ενδεχόμενο Α ∩ Β και να το βρείτε.

δ) Να εκφράσετε λεκτικά το ενδεχόμενο A - B και να το βρείτε.

**Άσκηση 4**

Να λύσετε την άσκηση 3, αν αυτή τη φορά η μπάλα που εξάγεται την πρώτη φορά δεν επανατοποθετείται στο κουτί πριν τη δεύτερη εξαγωγή μπάλας.

**Εφαρμογή 2**

Ρίχνουμε δύο ζάρια και καταγράφουμε το αποτέλεσμα της ρίψης. Ω είναι ο δ.χ. του πειράματος τύχης που περιγράφεται στον παρακάτω πίνακα.

|  |
| --- |
| 1,1 1,2 1,3 1,4 1,5 1,6 |
| 2,1 2,2 2,3 2,4 2,5 2,6 |
| 3,1 3,2 3,3 3,4 3,5 3,6 |
| 4,1 4,2 4,3 4,4 4,5 4,6 |
| 5,1 5,2 5,3 5,4 5,5 5,6 |
| 6,1 6,2 6,3 6,4 6,5 6,6 |

Να γράψετε τα παρακάτω ενδεχόμενα με αναγραφή των στοιχείων τους:

Α: «Το αποτέλεσμα και των δύο ρίψεων είναι άρτιος αριθμός»,

Β: «Το αποτέλεσμα των ρίψεων έχει άθροισμα 7»,

Γ: «Το αποτέλεσμα και των δύο ρίψεων είναι μεγαλύτερο του 3».

Στη συνέχεια να γράψετε τα ενδεχόμενα Α ́ , Α ∪ Γ, Α - Γ και Β - Γ με αναγραφή των στοιχείων τους.

**Άσκηση 2**

Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές. Στον δ.χ. της εφαρμογής 2 να βρείτε τα ενδεχόμενα:

α) Α: Το αποτέλεσμα της 1ης ρίψης είναι μεγαλύτερο από το αποτέλεσμα της 2ης ρίψης.

β) Β: Το άθροισμα των ενδείξεων των δύο ρίψεων είναι άρτιος αριθμός.

γ) Γ: Το αποτέλεσμα της 1ης ρίψης είναι 6.

δ) Α ∩ Β, Α ∪ Β, B - Γ, Α - Γ και Γ - Α.