

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ – ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

ΘΕΜΑ 14535 (2°)

Δίνονται δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ για τα οποία γνωρίζουμε ότι: $AB = 9$, $A\Gamma = 15$ και $\hat{A} = 48^\circ$, $Z\Delta = 12$, $ZE = 20$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια. (Μονάδες 13)
- β) i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.
ii. Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 14536 (2°)

Για δύο ισοσκελή τρίγωνα $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και $E\Delta Z$ ($E\Delta = EZ$) γνωρίζουμε ότι:

$\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{Z} = 66^\circ$ και $AB = 3 \cdot E\Delta$.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Delta Z$ είναι όμοια. (Μονάδες 13)
- β) i. Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δυο τριγώνων
ii. Να βρείτε το λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 14537 (2°)

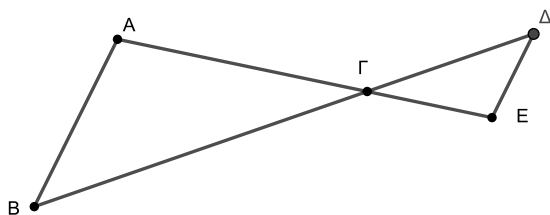
Δίνονται δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$\hat{A} = 48^\circ$, $\hat{B} = 53^\circ$, $\hat{E} = 79^\circ$ και $\hat{Z} = 48^\circ$.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια. (Μονάδες 10)
- β) i. Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων; (Μονάδες 9)
ii. Να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων. (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 14538 (2°)

Στο παρακάτω σχήμα τα τμήματα AB και ΔE είναι παράλληλα και τα τμήματα $A\Gamma$ και ΓE είναι τέτοια, ώστε $A\Gamma = 2\Gamma E$.



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Delta\Gamma$ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

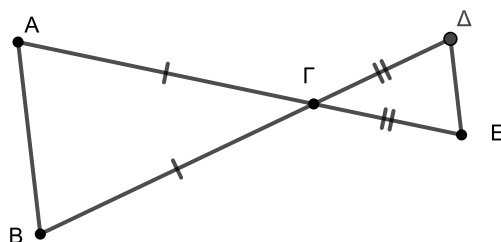
β) i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.

ii. Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 14546 (2°)

Στο παρακάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΕ και ΒΔ τέμνονται στο Γ, τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ που σχηματίζονται είναι ισοσκελή και οι βάσεις τους ΑΒ και ΔΕ είναι τέτοιες, ώστε $AB = 2 \cdot DE$.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β) i. Να γράψετε την ισότητα των λόγων που προκύπτει από την ομοιότητα των τριγώνων του ερωτήματος α).

ii. Ποια σχέση συνδέει τις πλευρές ΑΓ και ΓΕ των δύο τριγώνων; (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 16086 (2°)

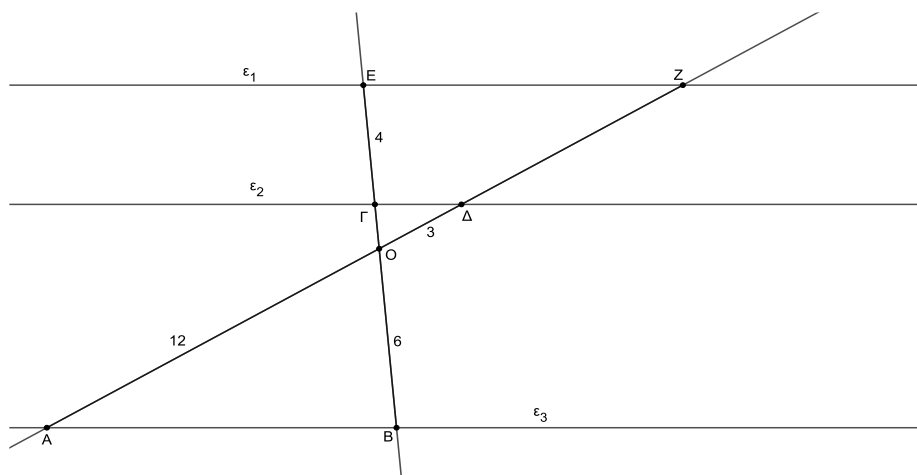
Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 είναι παράλληλες.

Δίνονται ότι $GE = 4$, $OD = 3$, $OA = 12$, $OB = 6$.

α) Να υπολογίσετε τα τμήματα ΟΓ και ΔΖ. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΟΒΑ είναι όμοια. (Μονάδες 09)

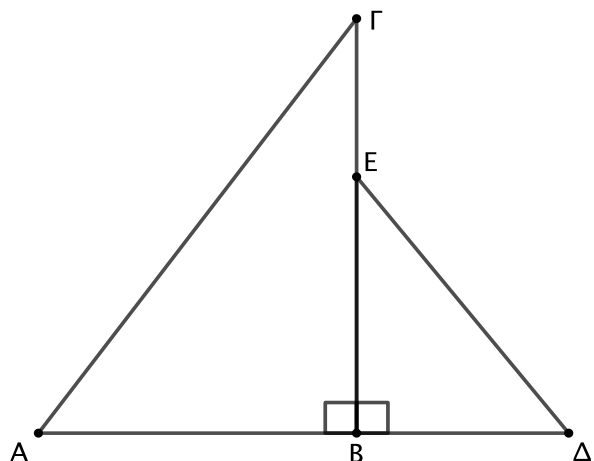
γ) Αν $OG = 1.5$ και $DZ = 8$, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{EZ}{AB}$. (Μονάδες 06)



ΘΕΜΑ 16099 (2°)

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $ΑΓ = 36$, $ΒΔ = 16$ και $ΕΔ = 24$.

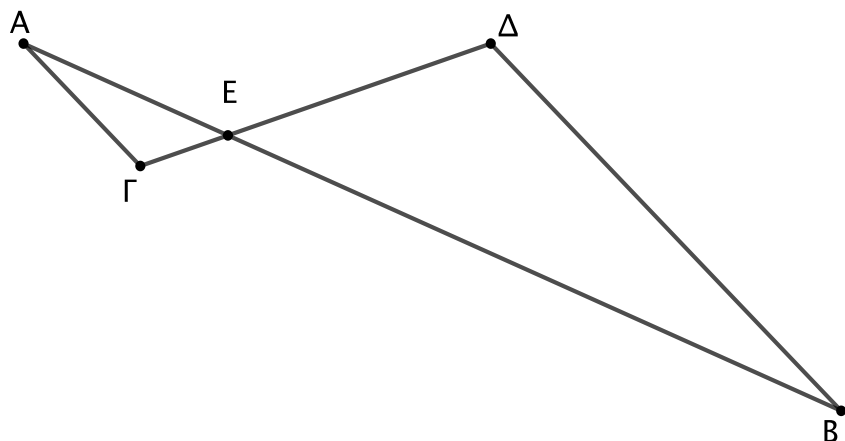
- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΔΒΕ$ είναι όμοια. (Μονάδες 15)
- β) Να υπολογίσετε την πλευρά $ΑΒ$. (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 16100 (2°)**

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι $ΑΕ = 5$, $ΑΓ = 4$, $ΕΓ = 2$, $ΔΕ = 6$, $ΒΕ = 15$ και $ΒΔ = 12$.

- α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{ΒΔ}{ΑΓ}$, $\frac{ΔΕ}{ΕΓ}$, $\frac{ΒΕ}{ΑΕ}$ (Μονάδες 9)
- β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΕΓ$ και $ΒΕΔ$ είναι όμοια. (Μονάδες 8)
- γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $ΑΕΓ$ και $ΒΕΔ$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

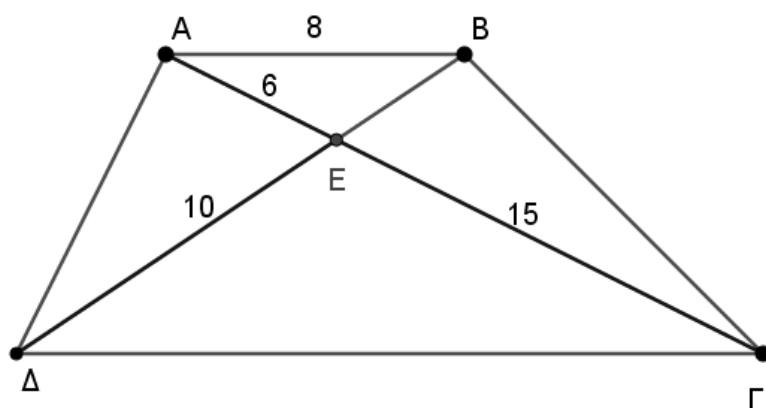
$\hat{A} = \dots$, $\hat{\Gamma} = \dots$, $ΑΕΓ = \dots$ (Μονάδες 8)



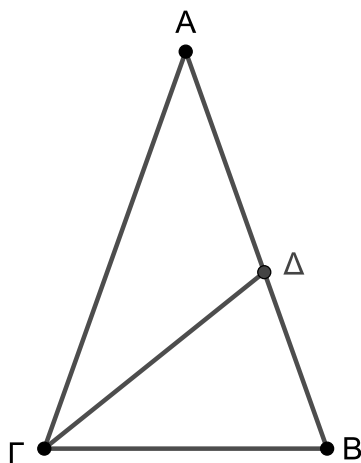
ΘΕΜΑ 16113 (2°)

Δίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Delta\Gamma$, E σημείο τομής των διαγώνιων, $AE = 6$, $AB = 8$, $\Gamma E = 15$ και $\Delta E = 10$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AEB και $\Gamma E\Delta$ είναι όμοια. (Μονάδες 09)
- β) Να γράψετε την αναλογία των ομόλογων πλευρών τους. (Μονάδες 09)
- γ) Να υπολογίσετε τα τμήματα BE και $\Gamma\Delta$. (Μονάδες 07)

**ΘΕΜΑ 16126 (2°)**

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma = 36$ και $B\Gamma = 24$. Το σημείο Δ της πλευράς AB είναι τέτοιο ώστε $B\Delta = 16$.



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma B\Delta$ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{3}{2}$. (Μονάδες 13)
- β) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $\Gamma\Delta$. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 16755 (2°)

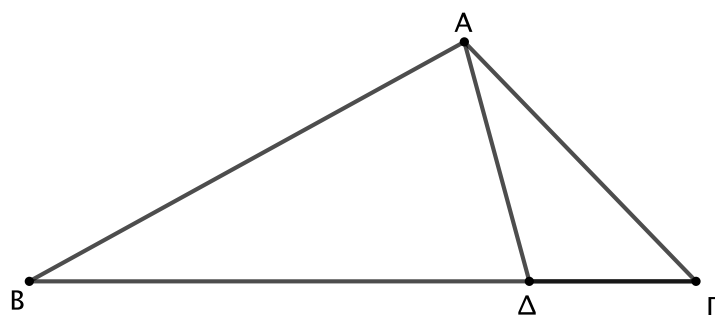
Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 2A\Gamma$ και σημείο Δ στην πλευρά $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $A\Gamma = 2\Gamma\Delta$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{B\Gamma}{A\Gamma}$ και $\frac{A\Gamma}{\Gamma\Delta}$ (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta A\Gamma$ είναι όμοια. (Μονάδες 9)

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $AB\Gamma$ και $\Delta A\Gamma$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$\widehat{B\Delta\Gamma} = \dots\dots, \widehat{B} = \dots\dots \quad (\text{Μονάδες } 8)$$

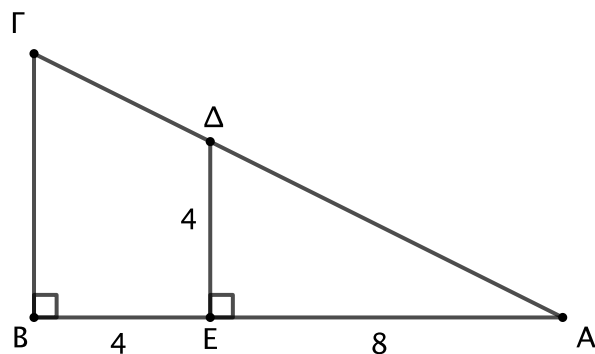
**ΘΕΜΑ 21350 (2°)**

Στο σχήμα δίνονται ότι $\widehat{B} = \widehat{E} = 90^\circ$, $AE = 8$, $EB = 4$ και $\Delta E = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β) Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $A\Delta E$ και $AB\Gamma$. (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$. (Μονάδες 05)



ΘΕΜΑ 21986 (2°)

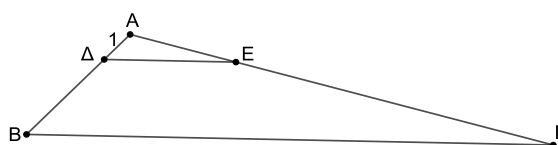
Στις πλευρές AB και AG τριγώνου ABΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα ώστε η ΔΕ να είναι παράλληλη στην ΒΓ και $AD = 1$, όπως στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι $AE \cdot BD = GE$. (Μονάδες 10)

β) Αν επιπλέον $BD = AE$ και $GE = 9$:

i. Να αποδείξετε ότι $BD = 3$ και $AB = 4$. (Μονάδες 10)

ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια και να υπολογίσετε το λόγο ομοιότητάς τους. (Μονάδες 05)

**ΘΕΜΑ 22102 (4°)**

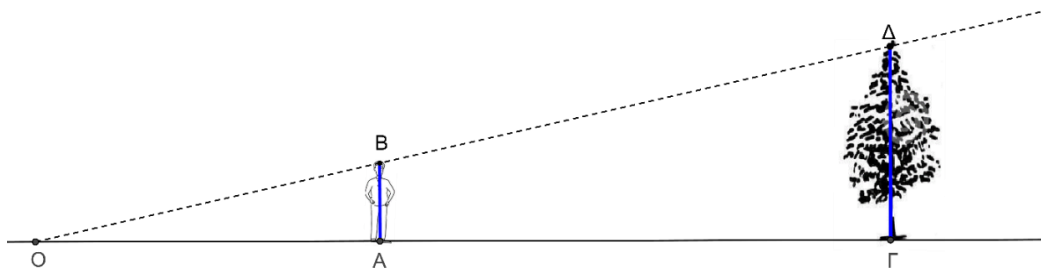
Για να βρει το ύψος ενός δέντρου, ένας μαθητής ύψους 1,60 m σκέφτηκε να μετρήσει το μήκος της σκιάς του δέντρου και το μήκος της δικιάς του σκιάς πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κάποια χρονική στιγμή μιας ηλιόλουστης ημέρας. Στέκεται σε θέση έτσι ώστε, η άκρη της σκιάς του να συμπίπτει με την άκρη της σκιάς του δέντρου. Ο μαθητής μετράει και βρίσκει ότι η σκιά του έχει μήκος 2m και η σκιά του δέντρου ότι έχει μήκος 5m.

Στο σχέδιο που ακολουθεί, τα τμήματα ΟΑ και ΟΓ, με κοινό άκρο Ο, αναπαριστούν τα μήκη των σκιών του μαθητή και του δέντρου αντίστοιχα και έχουν τον ίδιο φορέα ΟΓ, τα δε τμήματα ΑΒ και ΓΔ αναπαριστούν τα αντίστοιχα ύψη μαθητή και δέντρου και θεωρούνται κάθετα στην ΟΓ.

α) i. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΓΟΔ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους. (Μονάδες 12)

ii. Να βρείτε το ύψος του δέντρου. (Μονάδες 8)

β) Μπορεί ο μαθητής να χρησιμοποιήσει την ίδια μέθοδο για να μετρήσει το ύψος του ίδιου δέντρου μια άλλη ώρα της ημέρας; Ποια από τα αρχικά δεδομένα του προβλήματος θα άλλαζαν στην περίπτωση αυτή; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (Μονάδες 5)



(σημειώνεται ότι τα σχέδια δεν έχουν γίνει υπό κλίμακα)

ΘΕΜΑ 22565 (4^ο)

Οι μαθητές θέλοντας να μετρήσουν την απόσταση των σημείων A και B στην αυλή του σχολείου τους μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ένα κτίσμα και η απευθείας μέτρηση του μήκους AB είναι αδύνατη, εργάστηκαν ως εξής. Στην αυλή τους επέλεξαν σημείο O ώστε η μέτρηση των τμημάτων OA και OB να είναι εφικτή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μέτρησαν και βρήκαν $OA=20\text{m}$ και $OB=30\text{m}$. Στις OA και OB πήραν σημεία Γ και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε $OG=2\text{m}$ και $OD=3\text{m}$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. η ΓΔ είναι παράλληλη με την AB, (Μονάδες 8)
- ii. τα τρίγωνα ΟΓΔ και ΟΑΒ είναι όμοια. (Μονάδες 7)

β) Ένας από τους μαθητές υποστηρίζει ότι μπορούν να υπολογίσουν την απόσταση των σημείων A και B αν γνωρίζουν την απόσταση των δύο σημείων Γ και Δ. Είναι ο ισχυρισμός του μαθητή αληθής; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

