

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ – ΕΝΟΤΗΤΕΣ 9.1-9.2 (ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ)

ΘΕΜΑ 14627 (2°)

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρές $AB=3\sqrt{2}$ και $AD=3$. Αν AE και ΓZ είναι ύψη των τριγώνων $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$ αντιστοίχως, τότε

α) Να υπολογίσετε την διαγώνιο $B\Delta$ του ορθογωνίου. (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = ZB = \sqrt{3}$. (Μονάδες 9)

γ) Να αποδείξετε ότι $ZE = \Delta E = BZ$. (Μονάδες 7)

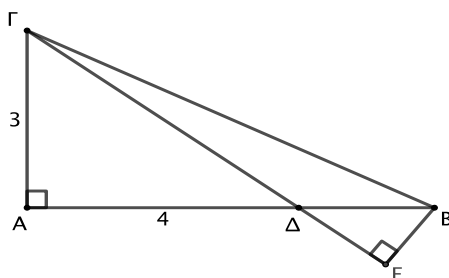
ΘΕΜΑ 16757 (2ο)

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 6$ και $A\Gamma = 3$. Θεωρούμε σημείο Δ στην πλευρά AB , τέτοιο ώστε $A\Delta = 4$. Φέρουμε την απόσταση BE της κορυφής B από την $\Gamma\Delta$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε το τμήμα $\Gamma\Delta$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $E\Delta B$ είναι όμοια. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BE . (Μονάδες 8)

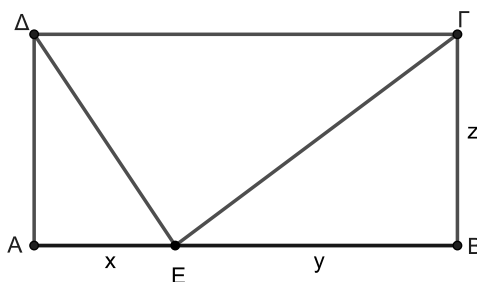


ΘΕΜΑ 16805 (2ο)

Η περίμετρος του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι 72 και το E είναι σημείο στην πλευρά AB . Τα μήκη των τμημάτων x , y , z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $x = 8$, $y = 16$ και $z = 12$. (Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $\Gamma E\Delta$. (Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ 17342 (2ο)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 7$, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και ύψος $A\Delta = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\Gamma\Delta = 4$.

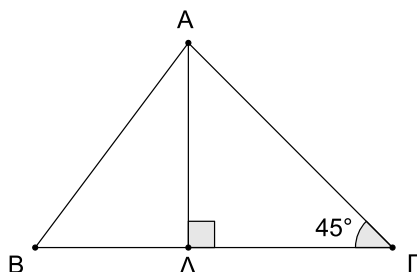
(Μονάδες 5)

ii. $A\Gamma = 4\sqrt{2}$.

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB .

(Μονάδες 12)

**ΘΕΜΑ 21067 (2ο)**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $A\Gamma = 12$ και $AB = 5$.

α) Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 13$.

(Μονάδες 08)

β) Φέρουμε ημιευθεία Bx κάθετη στη $B\Gamma$ στο σημείο B και παίρνουμε σε αυτή σημείο

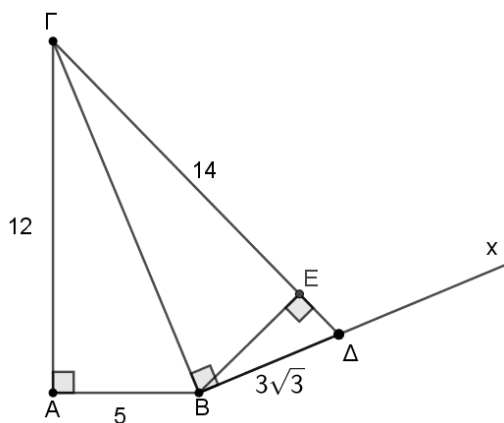
Δ , τέτοιο ώστε $\Delta\Gamma = 14$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

i) Να αποδείξετε ότι $B\Delta = 3\sqrt{3}$.

(Μονάδες 08)

ii) Να υπολογίσετε την προβολή της $B\Delta$ στην $\Delta\Gamma$.

(Μονάδες 09)

**ΘΕΜΑ 22130 (2ο)**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R . Αν οι πλευρές του τριγώνου είναι $B\Gamma = \alpha$, $A\Gamma = \beta$ και $AB = \gamma$, τότε να αποδείξετε ότι:

α) $\alpha = 2R$.

(Μονάδες 12)

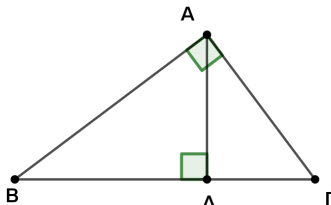
β) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 8R^2$.

(Μονάδες 13)

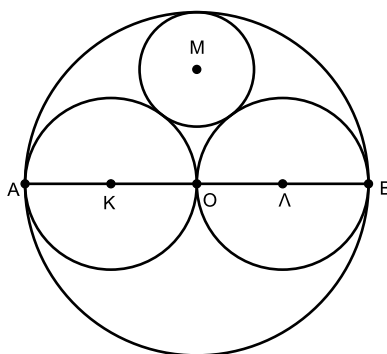
ΘΕΜΑ 22514 (2ο)

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Gamma = 5$ και $AB = 4$. Να υπολογίσετε:

- α) την πλευρά $A\Gamma$. (Μονάδες 9)
 β) την προβολή της πλευράς AB πάνω στη $B\Gamma$. (Μονάδες 8)
 γ) το ύψος AD . (Μονάδες 8)

**ΘΕΜΑ 14500 (4ο)**

Δύο ίσοι κύκλοι (K, R) και (Λ, R) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο O . Ένας τρίτος κύκλος (M, ρ) εφάπτεται εξωτερικά με τους δύο κύκλους κέντρων K και Λ . Με κέντρο το σημείο O και ακτίνα $2R$ γράφουμε κύκλο, ο οποίος εφάπτεται εξωτερικά των 3 παραπάνω κύκλων, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



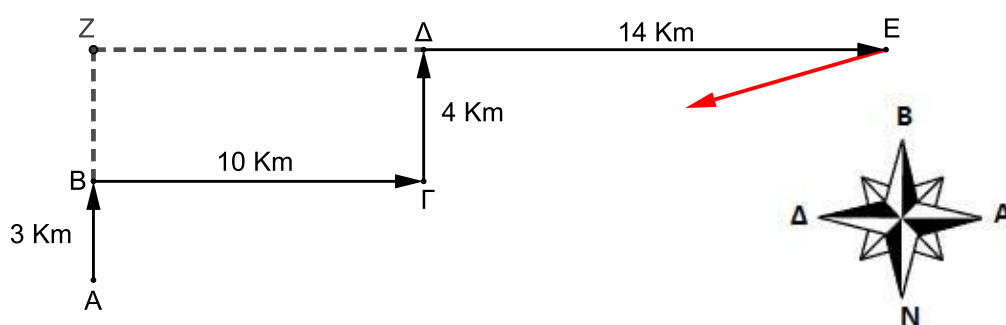
- α) Στον παρακάτω πίνακα, στη στήλη Α είναι οι διάκεντροι KM , ΛM και OM των κύκλων με κέντρα K , Λ , M και O και στη στήλη Β τα μήκη των διακεντρών αυτών. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης Α με τα αντίστοιχα της στήλης Β, γράφοντας στην κόλλα σας μόνο τις αντιστοιχίες. (Μονάδες 06)

Στήλη Α	Στήλη Β
Διάκεντρος	Μήκος
1. $K\Lambda$	i. R
2. ΛM	ii. $2R$
3. OM	iii. $R + \rho$
	iv. $2R - \rho$

- β) i. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $M\Lambda K$ είναι ισοσκελές και ότι το τμήμα MO είναι το ύψος προς τη βάση του. (Μονάδες 06)
 ii. Να βρείτε την ακτίνα ρ του κύκλου κέντρου M ως συνάρτηση του R , όπου R η ακτίνα των κύκλων κέντρων K και Λ . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 14533 (4ο)

Δύο κινητά βρίσκονται στο σημείο Α και σκοπεύουν να μεταβούν στο σημείο Ε, που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το ένα κινητό ξεκινάει από ένα σημείο Α και κινείται βόρεια 3 χιλιόμετρα, κατόπιν συνεχίζει 10 χιλιόμετρα ανατολικά, στη συνέχεια 4 χιλιόμετρα βόρεια και τέλος 14 χιλιόμετρα ανατολικά καταλήγοντας στο σημείο Ε. Το δεύτερο κινητό ξεκινάει από το σημείο Α κινείται βόρεια μέχρι το σημείο Ζ και συνεχίζει ανατολικά μέχρι το σημείο Ε. Όταν συναντιούνται στο σημείο Ε επιστρέφουν μαζί στο σημείο Α κινούμενα ευθύγραμμα.



- α) i. Πόσα χιλιόμετρα διάνυσε το κάθε κινητό από το σημείο Α στο σημείο Ε με τον τρόπο που κινήθηκε; (Μονάδες 05)
- ii. Να βρείτε την απόσταση ΑΕ που διάνυσαν τα δύο κινητά κατά την επιστροφή από το σημείο Ε στο σημείο Α κινούμενα ευθύγραμμα. (Μονάδες 12)
- β) Επιστρέφοντας τα δύο κινητά από το σημείο Ε στο σημείο Α, θα περάσουν από το σημείο Γ; Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 08)

ΘΕΜΑ 16133 (4ο)

Στο παρακάτω σχήμα, τα ευθύγραμμα τμήματα $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και ΔE έχουν μήκη αντίστοιχα 12, 16, 8 και 10, οι γωνίες $\widehat{AB\Gamma}$ και $\widehat{\Delta\Gamma E}$ είναι ορθές και τα σημεία A, Γ και E ανήκουν στην ίδια ευθεία.

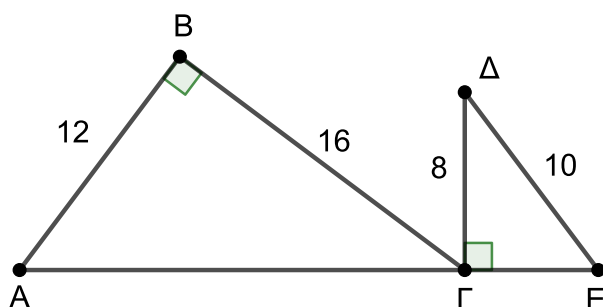
α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AE . (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Gamma\Delta$ είναι όμοια. (Μονάδες 7)

γ) Έστω ότι το σημείο τομής των ευθειών AB και $E\Delta$ είναι το Z και ZH είναι το ύψος του τριγώνου ZAE από την κορυφή του Z . Να αποδείξετε ότι:

i. $EH = 13$, (Μονάδες 6)

ii. $ZH = \frac{52}{3}$. (Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ 17348 (4ο)**

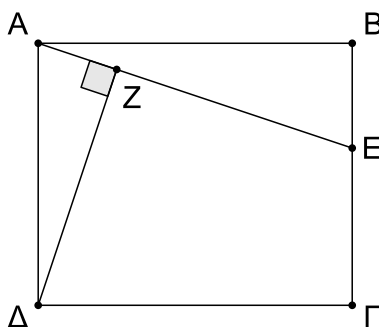
Στο παρακάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 6$ και το E σημείο της πλευράς $B\Gamma$, ώστε $BE = 2$. Έστω ΔZ το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο Δ προς την AE .

α) Να αποδείξετε ότι $AE = 2\sqrt{10}$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΔZA είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία που προκύπτει από τους λόγους των ομόλογων πλευρών τους.

(Μονάδες 9)

γ) Αν $\Delta Z = ZE$, να υπολογίσετε το μήκος του $A\Delta$. (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 21149 (4ο)

Σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας R θεωρούμε διάμετρο AB και σημείο Γ του κύκλου τέτοιο ώστε $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 30^\circ$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν $B\Gamma = 2$, τότε:

α) Να υπολογίσετε:

i. Την ακτίνα R .

ii. Το μήκος της πλευράς $A\Gamma$.

(Μονάδες 16)

β) Θεωρούμε σημείο Δ στην προέκταση της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $\Gamma\Delta = 6$. Να εξετάσετε αν το τμήμα ΔA εφάπτεται του κύκλου στο σημείο A . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

