

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ – ΕΝΟΤΗΤΑ 9.4

ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΤΟΥ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ

ΘΕΜΑ 14549 (2°)

Τα μήκη των πλευρών α, β, γ του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι : $\alpha=7, \beta=3$ και $\gamma=5$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο. (Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς AB στην πλευρά $A\Gamma$ και να υπολογίσετε το μήκος της. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 16080 (2°)

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 5, B\Gamma = \sqrt{41}$ και $A\Gamma = 8$.

α) Να σχεδιάσετε την προβολή AD , της AB στην $A\Gamma$ και να υπολογίσετε το μήκος της. (Μονάδες 13)

β) Αν $AD = 3$, να υπολογίσετε το μήκος του ύψους BD . (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 16101 (2°)

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB = 8, A\Gamma = 6$ και $B\Gamma = 11$.

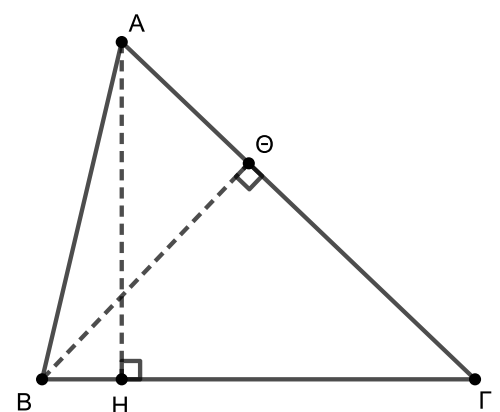
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο. (Μονάδες 10)

β) Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς $A\Gamma$ πάνω στην AB και να υπολογίσετε το μήκος της. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 16804 (2°)

Στο παρακάτω τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τα ύψη του AH και $B\Theta$.

- α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:
- i) Η προβολή της πλευράς $B\Gamma$ στην πλευρά $A\Gamma$ είναι το τμήμα
 - ii) Η προβολή της πλευράς AB στην πλευρά $B\Gamma$ είναι το τμήμα
 - iii) Το τμήμα $H\Gamma$ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
 - iv) Το τμήμα $A\Theta$ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
 - i) $AG^2 = AB^2 + \dots - 2 \cdot B\Gamma \cdot \dots$ vi) $B\Gamma^2 = \dots + AG^2 - 2 \cdot \dots \cdot A\Theta$
- (Μονάδες 15)



β) Αν $AB = 4, B\Gamma = 5$ και $A\Gamma = 6$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $A\Theta$.

(Μονάδες 10)

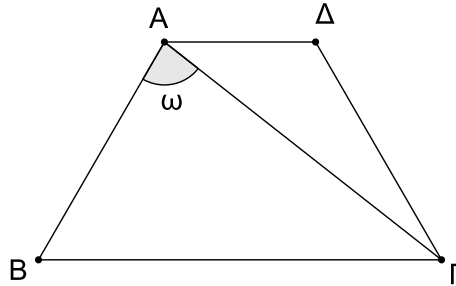
ΘΕΜΑ 17343 (2°)

Στο τετράπλευρο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος είναι $ΑΔ = 3$, $ΑΒ = ΓΔ = 5$, $ΒΓ = 8$ και $\hat{Δ} = 120^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΓ = 7$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $\text{συν}\omega = \frac{1}{7}$, όπου ω είναι η γωνία $\widehat{ΒΑΓ}$. (Μονάδες 15)

Δίνεται ότι $\text{συν}120^\circ = -\frac{1}{2}$.

**ΘΕΜΑ 17354 (2°)**

Στα παρακάτω τρίγωνο ΔΕΖ φέρουμε τα ύψη του ΔΚ και ΖΙ.

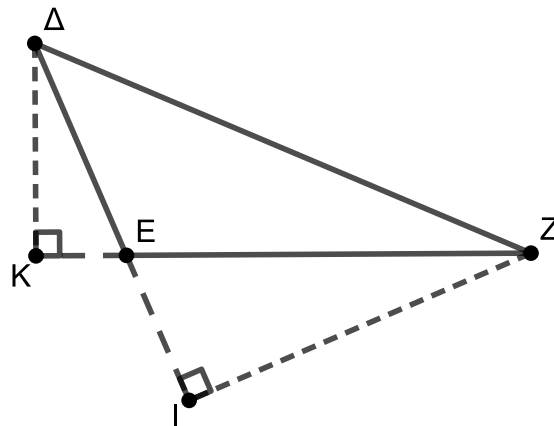
α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- i. Η προβολή της πλευράς ΔΕ στην πλευρά ΕΖ είναι το τμήμα
- ii. Η προβολή της πλευράς ΔΖ στην πλευρά ΕΖ είναι το τμήμα
- iii. Το τμήμα ΔΙ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- iv. Το τμήμα ΕΙ είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά
- v. $\Delta Z^2 = \Delta E^2 + \dots + 2 \cdot \Delta E \cdot \dots$
- vi. $EZ^2 = \dots + \Delta Z^2 - 2 \cdot \dots \cdot \Delta I$

(Μονάδες 15)

β) Αν $\Delta E = 2$, $EZ = 4$ και $\Delta Z = 5$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔΙ.

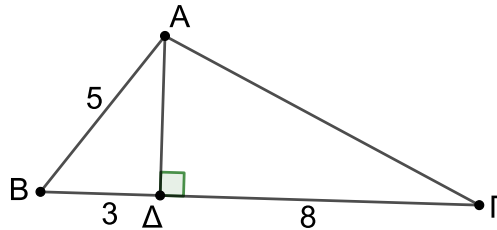
(Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 21302 (2°)

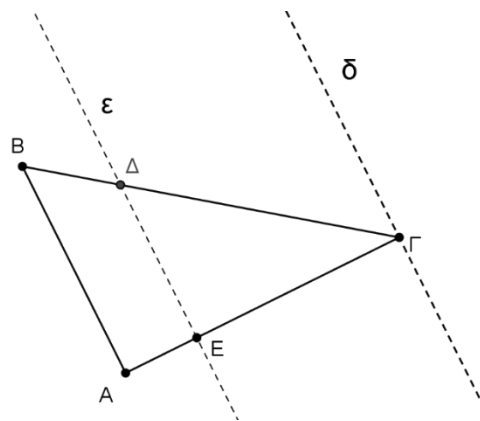
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 5$ και $A\Delta$ το ύψος του από την κορυφή A . Αν $B\Delta = 3$ και $\Gamma\Delta = 8$ να αποδείξετε ότι:

- α) $A\Delta = 4$. (Μονάδες 07)
 β) $A\Gamma = \sqrt{80}$. (Μονάδες 08)
 γ) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο. (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 22248 (2°)**

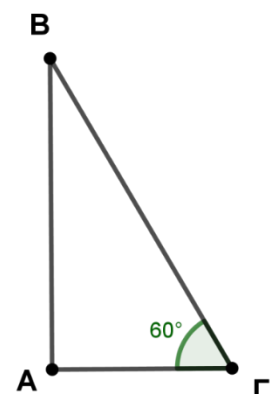
Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 9$, $\Gamma A = 12$ και $\Gamma B = 15$ και ευθείες ϵ , δ παράλληλες στην AB , όπως αυτές του σχήματος.

- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και να βρείτε ποια πλευρά είναι η υποτείνουσά του. (Μονάδες 8)
 β) Αν η ευθεία (ϵ) τέμνει τις πλευρές ΓA , ΓB σε σημεία E και Δ αντίστοιχα έτσι ώστε $EA = 4$ και η ευθεία (δ) διέρχεται από το σημείο Γ , τότε να υπολογίσετε
 i. το τμήμα ΔB , (Μονάδες 8)
 ii. τις πλευρές του τριγώνου $\Delta E\Gamma$. (Μονάδες 9)

**ΘΕΜΑ 22512 (2°)**

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 4$, $A\Gamma = 2$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.

- α) Να υπολογίσετε την πλευρά AB . (Μονάδες 8)
 β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 9)
 γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 8)



ΜΑ 21185 (4°)

Τρία ευθύγραμμα τμήματα α , β και γ έχουν μήκη ανάλογα των αριθμών 5, 4 και 3 αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι τα ευθύγραμμα τμήματα αυτά μπορούν να σχηματίσουν ορθογώνιο τρίγωνο. (Μονάδες 8)

β) Αν τα ευθύγραμμα τμήματα α , β και γ είναι σχεδιασμένα πάνω σε ένα χαρτί και αυτό το φωτοτυπήσουμε με μεγέθυνση $\lambda\%$, να αποδείξετε ότι και με τα νέα ευθύγραμμα τμήματα σχηματίζεται πάλι ορθογώνιο τρίγωνο. (Μονάδες 10)

γ) Να εξετάστε αν μπορεί να σχηματιστεί τρίγωνο με πλευρές 10α , 8β και 6γ . (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 22400 (4°)

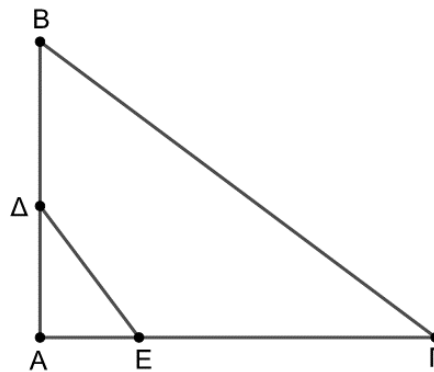
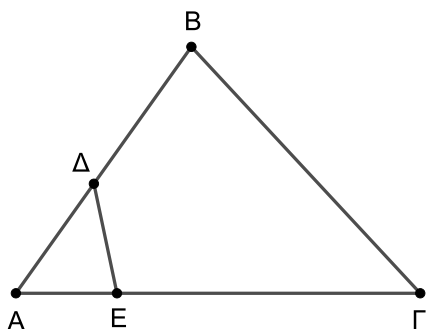
Τα Δ και E είναι σημεία των πλευρών AB και AG αντίστοιχα, ενός τριγώνου $AB\Gamma$. Δίνεται ότι $AB = 9$, $AG = 12$, $AD = 4$ και $AE = 3$.

α) Έστω ότι στο παραπάνω τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = 15$, (Σχήμα 1). Να αποδείξετε ότι:

- i. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 7)
- ii. $DE = 5$. (Μονάδες 6)

β) Έστω τώρα ότι στο αρχικό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = 10$, (Σχήμα 2). Να αποδείξετε ότι:

- i. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ δεν είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 6)
- ii. $DE = \frac{10}{3}$. (Μονάδες 6)

**ΘΕΜΑ 21102 (3°)**

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς α και έστω E το μέσο της $\Delta\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $A\Gamma = \alpha\sqrt{2}$. (Μονάδες 09)
- ii. $AE = \alpha\frac{\sqrt{5}}{2}$. (Μονάδες 09)

β) Να υπολογίσετε την προβολή του τμήματος AE στην $A\Gamma$. (Μονάδες 07)

