

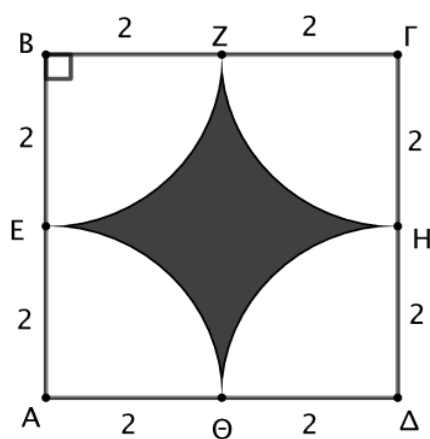
ΘΕΜΑ 2

(1) Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς $a = 4$. Με κέντρα τις κορυφές του τετραγώνου και ακτίνα $\rho = 2$ σχεδιάζουμε τέσσερις κυκλικούς τομείς στο εσωτερικό του, όπως φαίνεται στο σχήμα.

(α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν κάθε κυκλικού τομέα.

(β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου είναι

$$E = 4(4 - \pi)$$



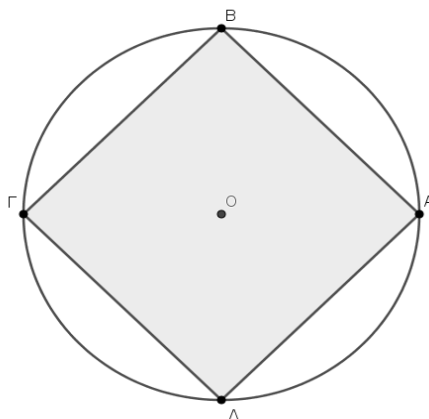
(2) Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο, ακτίνα ρ και εμβαδόν ίσο με 16π .

(α) Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου.

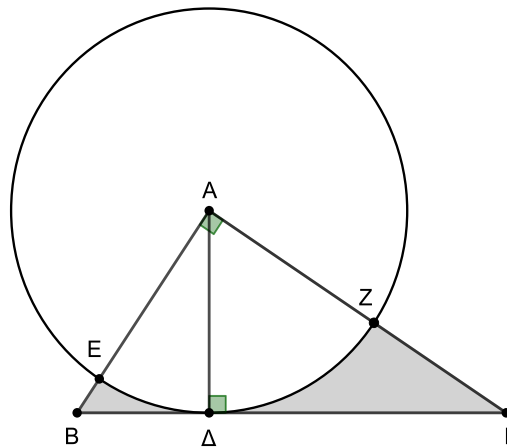
(β) Αν η ακτίνα ρ του κύκλου είναι 4 να υπολογίσετε:

(i) Την πλευρά του εγγεγραμμένου τετραγώνου στον κύκλο.

(ii) Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται ανάμεσα στο τετράγωνο και στον κύκλο.

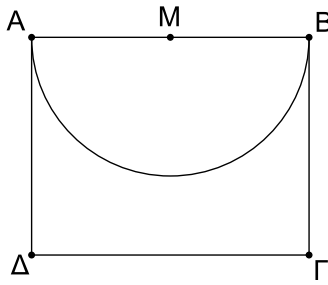


- (3) Στο παρακάτω σχήμα, το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει υποτείνουσα $B\Gamma = 13$ και αντίστοιχο ύψος $AD = 6$. Με κέντρο το A και ακτίνα AD γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$, στα σημεία E και Z αντίστοιχα.
- (α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
- (β) Να υπολογίσετε τα εμβαδά:
- του κυκλικού τομέα $A\widehat{E\Delta Z}$
 - του σκιασμένου χωρίου που είναι εσωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ και εξωτερικά του κύκλου, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.



ΘΕΜΑ 4

- (4) Στο παρακάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 4\alpha$ και $AD = \pi\alpha$. Στο εσωτερικό του ορθογώνιου σχεδιάστηκε ημικύκλιο διαμέτρου AB .
- (α) Να αποδείξετε ότι το ημικύκλιο χωρίζει το ορθογώνιο σε δύο ισεμβαδικά χωρία.
- (β) Αν η διαγώνιος $B\Delta$ τέμνει το ημικύκλιο στο σημείο E και M είναι το μέσο της AB ,
- να αποδείξετε ότι $AB^2 = B\Delta \cdot BE$ και $AD^2 = B\Delta \cdot DE$.
 - να αποδείξετε ότι $BE = \frac{16\alpha}{\sqrt{16+\pi^2}}$ και $DE = \frac{\pi^2\alpha}{\sqrt{16+\pi^2}}$,
 - να υπολογίσετε το $\widehat{BME}$.



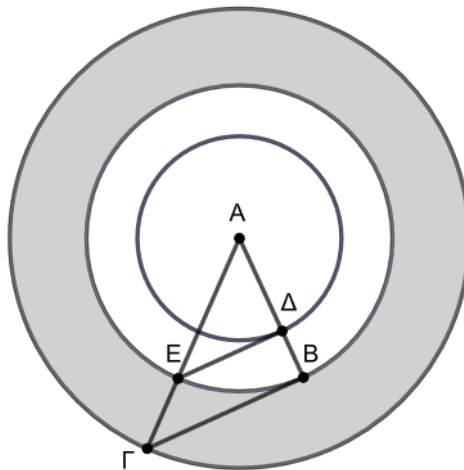
(5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Στην πλευρά AB παίρνουμε σημείο Δ και στην πλευρά $A\Gamma$ σημείο E ώστε $AE = AB$. Με κέντρο το σημείο A και ακτίνες $\rho = A\Delta$, $r = AB = AE$ και $R = A\Gamma$ γράφουμε τρεις ομόκεντρους κύκλους (A, ρ) , (A, r) και (A, R) όπως στο σχήμα. Έστω $E_{E\Gamma}$ το εμβαδόν του σκιασμένου δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A, r) και (A, R) , $E_{\Delta B}$ το εμβαδόν του δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A, ρ) και (A, r) , E_{AE} το εμβαδόν του κύκλου (A, r) και $E_{A\Delta}$ το εμβαδόν του κύκλου (A, ρ) .

α) Να αποδείξετε ότι:

$$(i) \frac{E_{E\Gamma}}{E_{AE}} = \frac{R^2 - r^2}{r^2} \quad (ii) \frac{E_{\Delta B}}{E_{A\Delta}} = \frac{r^2 - \rho^2}{\rho^2}$$

β) Αν επιπλέον οι ΔE και $B\Gamma$ είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι:

$$\frac{E_{E\Gamma}}{E_{AE}} = \frac{E_{\Delta B}}{E_{A\Delta}}$$



- (6) Θεωρούμε κύκλο με κέντρο Γ και ακτίνα R . Έστω AB διάμετρος του κύκλου και Δ, E σημεία της τέτοια ώστε $A\Delta = \Delta E = EB$. Σχεδιάζουμε τα ημικύκλια $A\Delta$ και $A\Delta E$ πάνω από τη διάμετρο AB και τα ημικύκλια BE και $B\Delta$ κάτω από τη διάμετρο AB , όπως φαίνεται στο σχήμα.
- (α) Να υπολογίσετε τα εμβαδά ϵ_1 και ϵ_3 των καμπυλόγραμμων σχημάτων $A\Delta BZ$ και $BEAH$ αντίστοιχα.
- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ϵ_2 του γραμμοσκιασμένου καμπυλόγραμμου σχήματος $A\Delta BE$.
- (γ) Να εξετάσετε αν ο κύκλος χωρίζεται σε τρία ισοδύναμα καμπυλόγραμμα σχήματα.

