

Ονοματεπώνυμο:

Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μια γνησίως μονότονη συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο με τεταγμένη 3 και διέρχεται από το σημείο $A(1, \ln 2)$.

α) Να βρείτε τη μονοτονία της συνάρτησης f . (μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε θετικό αριθμό a ισχύει ότι $f(a \ln a) \leq f(\ln a)$. (μονάδες 20)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(e^{x-1} + \ln x) = \ln 2$. (μονάδες 30)

δ) Θεωρούμε τη συνάρτηση $g(x) = f(x) + (3 - \ln 2)x - 3$, $x \in \mathbb{R}$.

Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση g δεν αντιστρέφεται. (μονάδες 20)

ε) Αν $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$, να λύσετε την ανίσωση $f^{-1}(\eta \mu x + \ln 2 - 1) \leq f^{-1}(3) + f^{-1}(\ln 2)$

(μονάδες 20)