

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \begin{cases} (\ln x)^2 - \ln x + \alpha^2 & , 0 < x < e \\ (\ln x)^3 - \alpha(\ln x)^2 + 1 & , x \geq e \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}.$

A. Να βρείτε το α , ώστε η συνάρτηση f να είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = e$.

B. Για $\alpha=1$

B1. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

B2. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού θ , αν ισχύει $\int_{\eta\mu\theta}^1 f(x)dx = \frac{3-3\eta\mu\theta}{4}.$

B3. Να βρείτε την συνάρτηση $\phi=f\circ h$, όπου $h(x)=e^x$ με $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, να δείξετε ότι η συνάρτηση h είναι κυρτή.