

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x+2) + \frac{5x+2}{2x}$, $x \in (-2, 0)$.

i) Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x)=0$ έχει ακριβώς δυο ρίζες x_1, x_2 , όπου $x_1 < -1 < x_2$.

ii) Να δείξετε ότι η f είναι κοίλη στο $(-2, 0)$ και στη συνέχεια, να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(x_1, f(x_1))$.

iii) Αν F μία αρχική της f στο $(-2, 0)$, να δείξετε ότι $F(x_2) - F(x_1) < f'(x_1)(x_2 - x_1)^2$

iv) Να μελετήσετε την μονοτονία της F και να βρείτε τις θέσεις των τοπικών ακροτάτων της.

v) Αν $\int_{\alpha}^{\frac{x_1+x_2}{2}} f(t) dt = 0$ με $\alpha \in (x_1, x_2)$, να δείξετε ότι $x_1 + x_2 = 2\alpha$.