

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^{\sqrt{1-x}}$ ,  $x \in (-\infty, 1]$ .

i) Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι αντιστρέψιμη και να βρεθεί η αντίστροφή της.

Αν  $g = f^{-1}$  και  $g(x) = 1 - (\ln x)^2$ ,  $x \in [1, +\infty)$ ,

ii) Να μελετήσετε τις  $f$  και  $g$  ως προς τα κοίλα.

iii) Να βρείτε τα σημεία  $A$  και  $B$ , όπου  $A$  το σημείο τομής της  $C_f$  με τον άξονα  $\psi'\psi$  και

$B$  το σημείο τομής της  $C_g$  με τον άξονα  $x'x$  και στη συνέχεια, να αποδείξετε ότι η ευθεία

$\varepsilon: \psi = \frac{-e}{2}x + e$  εφάπτεται της  $C_f$  στο  $A$  ενώ η ευθεία  $\delta: \psi = \frac{-2}{e}x + 2$  εφάπτεται της  $C_g$  στο  $B$ .

iv) Να δείξετε ότι η  $(\varepsilon)$  διαπερνά τη  $C_f$  στο σημείο  $A$  ενώ η  $(\delta)$  διαπερνά τη  $C_g$  στο  $B$ .

v) Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των  $f$ ,  $g$ , τον άξονα  $x'x$  και τον άξονα  $\psi'\psi$ .