

A. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $x + 1 = 3e^{-x}$  (1) έχει ακριβώς μια ρίζα στο διάστημα  $(0,1)$

B. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x(e^x - 3) + 1 & , x \geq 0 \\ (x-1)^2 & , x < 0 \end{cases}$ .

- i) Να βρεθεί η εφαπτομένη της  $C_f$  στο σημείο  $M(0, f(0))$ .
- ii) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία και να δείξετε ότι παρουσιάζει ολικό ακρότατο σε σημείο με τετμημένη την ρίζα της εξίσωσης (1).
- iii) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την  $C_f$ , την εφαπτομένη στο  $M$  και την ευθεία  $x=1$ .