

Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ δυο φορές παραγωγίσιμη με f'' συνεχή για την οποία ισχύουν:

- $f(2) > 2, f(3) < 3, f(4) > 4.$
- $f''(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}.$
- $f'(0) < 0.$

A. Να αποδείξετε ότι η f είναι κυρτή.

B. Να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικό $x_0 \in \mathbb{R}$, στο οποίο η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο.

Γ. Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

Δ. Να βρείτε το πλήθος των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = \kappa$ για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού $\kappa.$