

Δίνεται η συνάρτηση $f:(0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f(e^x - 1) = -x + 3$ για κάθε $x > 0$.

α) Να βρείτε την συνάρτηση f .

β) Έστω $f(x) = -\ln(x+1) + 3$ με $x > 0$.

β₁) Να αποδείξετε ότι η f είναι 1-1 και να βρείτε την αντίστροφη της f^{-1} .

β₂) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)\sin x - f(x) - 3\sin x + 3}{x}$.

β₃) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $\psi'\psi$.

β₄) Να λύσετε την ανίσωση $f(x^2 + 1) < f(x^3 + x)$.