

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f:(1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$x \cdot \ln x \cdot f'(x) + f(x) = 0 \text{ για κάθε } x > 1 \text{ και } f(e) = 1.$$

A. Να βρείτε τη συνάρτηση f .

B. Αν $f(x) = \frac{1}{\ln x}, x > 1$

B1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

B2. Να βρείτε, αν ορίζεται, την αντίστροφη συνάρτηση της f .

B3. Να υπολογίσετε τη παράσταση: $\int_e^{e^2} \frac{1}{\ln x} dx + \int_1^{\frac{1}{2}} e^{\frac{1}{x}} dx.$