

Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = \sqrt{3\ln x - 2}, \quad g(x) = \ln x \quad \text{και} \quad h(x) = \ln^2 x$$

i) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f , g και h .

ii) Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f

α. με τον άξονα $x'x$.

β. με την ευθεία $\psi=1$.

iii) Να βρείτε τα σημεία τομής των C_f και C_g .

iv) Να βρείτε τα x , ώστε $f(x) > g(x)$.

v) Να βρείτε τα x , ώστε $h(x) \leq g(x)$.

vi) Να εξετάσετε, αν $\varphi=g$, όπου $\varphi(x) = \sqrt{h(x)}$. Αν $\varphi \neq g$, να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο στο οποίο ισχύει $\varphi(x)=g(x)$.

vii) Αν $K(x)=h(x)-g(x)+f^2(x)+3$,

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της K .

β. Να δείξετε ότι η συνάρτηση K παρουσιάζει ελάχιστη τιμή και να βρείτε το σημείο στο οποίο την παρουσιάζει.

$$\text{viii) Αν } \Sigma(x) = \frac{4}{(f(x))^2} - \frac{9h(x)}{3g(x)-2},$$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της Σ .

β. Να αποδείξετε ότι $\Sigma(x) < -4$ για κάθε $x \in \left(e^{\frac{2}{3}}, +\infty \right)$