

α. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = x \ln x - \kappa x + e^2$, $x > 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

β. Να βρείτε τη μεγαλύτερη τιμή του κ για την οποία ισχύει $\ln x \geq \kappa - \frac{e^2}{x}$ για κάθε $x > 0$.

γ. Για την τιμή του κ που βρήκατε να αποδείξετε ότι η ευθεία $\varepsilon: \psi = (1 - \kappa)x - e^{-3}$ εφάπτεται της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x) = x \ln x$, $x > 0$.

δ. Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της g και τις ευθείες ε , $x=1$ και $x=e$.