

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \mu x$, $x \in \mathbb{R}$ με $\mu \in \mathbb{R}$
για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

A. Να αποδείξετε ότι $\mu = 1$.

B. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

Γ. Να δείξετε ότι η συνάρτηση είναι κυρτή και να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f .

Δ. Με βάση τα παραπάνω στοιχεία να κάνετε τη γραφική παράσταση της f .

E. Να δείξετε ότι $\int_1^2 f(x) dx > 3$.

Στ. Να δείξετε ότι $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \eta \mu x dx > 2$