

Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = \begin{cases} x((\ln x)^2 + 1) & , x \in (0, +\infty) \\ 0 & , x = 0 \end{cases} \quad \text{και}$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2(2(\ln x)^2 - 2\ln x + 3) & , x \in (0, +\infty) \\ \alpha & , x = 0 \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

A. Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής.

A. Να βρείτε το α , ώστε η F να είναι συνεχής στο $x_0=0$.

B. Αν $\alpha=0$, να αποδείξετε ότι η F είναι παράγουσα της f .

Γ. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^e f(x) dx$.