

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f(x) \begin{cases} \sqrt[3]{x^4} + \alpha x & , x \in (-\infty, 0) \\ e^x + \beta & , x \in [0, +\infty) \end{cases}$.

A. Να αποδείξετε ότι $\alpha=1$ και $\beta=-1$.

B1. Να αποδείξετε ότι ισχύουν οι προϋποθέσεις του Θ. Rolle στο $[-8, \ln 9]$.

B2. Να βρείτε τα $\xi \in (-8, \ln 9)$ ώστε $f'(\xi) = 0$.

Γ. Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = \frac{f^{-1}(x) + \eta \mu x}{x}$, $x > 0$.

Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x) + \eta \mu x}{x} = 0$.