

A. Να δείξετε ότι η εξίσωση $5(1-x) = 3e^{-x}$ έχει ακριβώς 1 λύση στο $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

B. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(1-x)$ και $g(x) = e^x + \alpha x - 1, \alpha \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε την εφαπτομένη (ε) της C_f στην αρχή των αξόνων.

B2. Να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδική εφαπτομένη $\delta: \psi = \beta x - \frac{2}{5}, \beta \in \mathbb{R}$ της C_g σε σημείο με

τετμημένη $x_0 \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, που είναι κάθετη στην (ε).