ΑΟΘ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ | ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Παραγωγή και Κόστος

Οι καμπύλες βήμα βήμα: από το ΤΡ στο ΜC

Ο φούρνος της γειτονιάς ως παράδειγμα σε όλο το μάθημα



Το σχέδιο του δίωρου

1η ώρα

ΠΑΡΑΓΩΓΗ

- Συνάρτηση παραγωγής
- Βραχυχρόνια / μακροχρόνια
- Νόμος φθίνουσας απόδοσης
- TP → MP → AP: Βήματα 1–4

→

2η ώρα

ΚΟΣΤΟΣ

- FC, VC, TC: Βήμα 5
- AFC: Βήμα 6
- AVC, ATC: Βήμα 7
- MC: Βήμα 8

→

Κλείσιμο

Η ΓΕΦΥΡΑ

- MP ↔ MC, AP ↔ AVC
- Οι καμπύλες «καθρέφτες»
- Η «καθρεφτική» εικόνα
- Παγίδες + έλεγχος

Η ιστορία μας: ο φούρνος της γειτονιάς



Σταθερός συντελεστής (K)

Ο φούρνος και ο χώρος. Δεν αλλάζουν από τη μια μέρα στην άλλη.

Μεταβλητός συντελεστής (L)

Οι εργάτες. Ο ιδιοκτήτης μπορεί να προσλάβει έναν ακόμη αύριο.

Το ερώτημα του μαθήματος

Τι γίνεται με την παραγωγή και με το κόστος αν βάζουμε όλο και περισσότερους εργάτες στον ίδιο φούρνο;

Συνάρτηση παραγωγής και χρονική περίοδος

$$Q = f(L, K, \ldots)$$

Η σχέση ανάμεσα στις ποσότητες των συντελεστών που χρησιμοποιούνται και στη μέγιστη ποσότητα προϊόντος, με δεδομένη τεχνολογία.

Βραχυχρόνια περίοδος

- Τουλάχιστον ένας συντελεστής είναι σταθερός (εδώ ο φούρνος).
- Η επιχείρηση αλλάζει την παραγωγή μόνο μεταβάλλοντας τον μεταβλητό συντελεστή (εργάτες).
- **Σε αυτή την περίοδο ισχύει ο νόμος φθίνουσας απόδοσης.**

Μακροχρόνια περίοδος

- Όλοι οι συντελεστές είναι μεταβλητοί.
- Ο φούρνος μπορεί να μεγαλώσει ή να αγοραστεί δεύτερος.
- **Το κεφάλαιο εξετάζει τη βραχυχρόνια περίοδο.**

Ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης

Όταν σε σταθερή ποσότητα ενός συντελεστή προσθέτουμε διαδοχικές μονάδες μεταβλητού συντελεστή, το οριακό προϊόν αρχικά αυξάνεται, αλλά από ένα σημείο και μετά αρχίζει να μειώνεται.

- **Γιατί;** Ο φούρνος δεν μεγαλώνει. Κάθε νέος εργάτης έχει λιγότερο «φούρνο» να δουλέψει.
- **Προϋπόθεση:** σταθερή τεχνολογία και ένας τουλάχιστον σταθερός συντελεστής.
- **Προσοχή:** μειώνεται το MP, όχι (αμέσως) το συνολικό προϊόν.



Τα μελομακάρονα του σπιτιού

L (μάγειρες)	Q	AP = Q / L	MP = ΔQ / ΔL
0	0	–	–
1	20	20	20
2	50	25	30
3	90	30	40
4	120	30	30
5	115	23	−5

Γραμμή L = 3

MP = 40: το 2ο παιδί δίνει τη μεγαλύτερη προσθήκη. Το MP είναι στο μέγιστο.

Γραμμή L = 4

MP = AP = 30: με το 3ο παιδί το AP φτάνει στο μέγιστο.

Γραμμή L = 5

Η μικρότερη: MP = −5, το Q πέφτει. Αντί να βοηθά, μας καθυστερεί!

Τρία μεγέθη παραγωγής

TP

Συνολικό προϊόν

$$TP = Q$$

Η συνολική ποσότητα που παράγεται με L εργάτες.

AP

Μέσο προϊόν

$$AP = Q / L$$

Πόσο παράγει κατά μέσο όρο κάθε εργάτης.

MP

Οριακό προϊόν

$$MP = \Delta Q / \Delta L$$

Πόσο προσθέτει στην παραγωγή ο επιπλέον εργάτης.

Συνδέονται: $TP = AP \times L$ και $\Delta TP = MP \times \Delta L$

Ο φούρνος σε αριθμούς

L (εργάτες)	Q = TP (ψωμιά)	AP = Q / L	MP = ΔQ / ΔL
0	0	–	–
1	10	10	10
2	30	15	20
3	60	20	30
4	80	20	20
5	95	19	15
6	102	17	7
7	105	15	3

Γραμμή L = 3

MP = 30: ο 3ος εργάτης δίνει τη μεγαλύτερη προσθήκη. Το MP είναι στο μέγιστο.

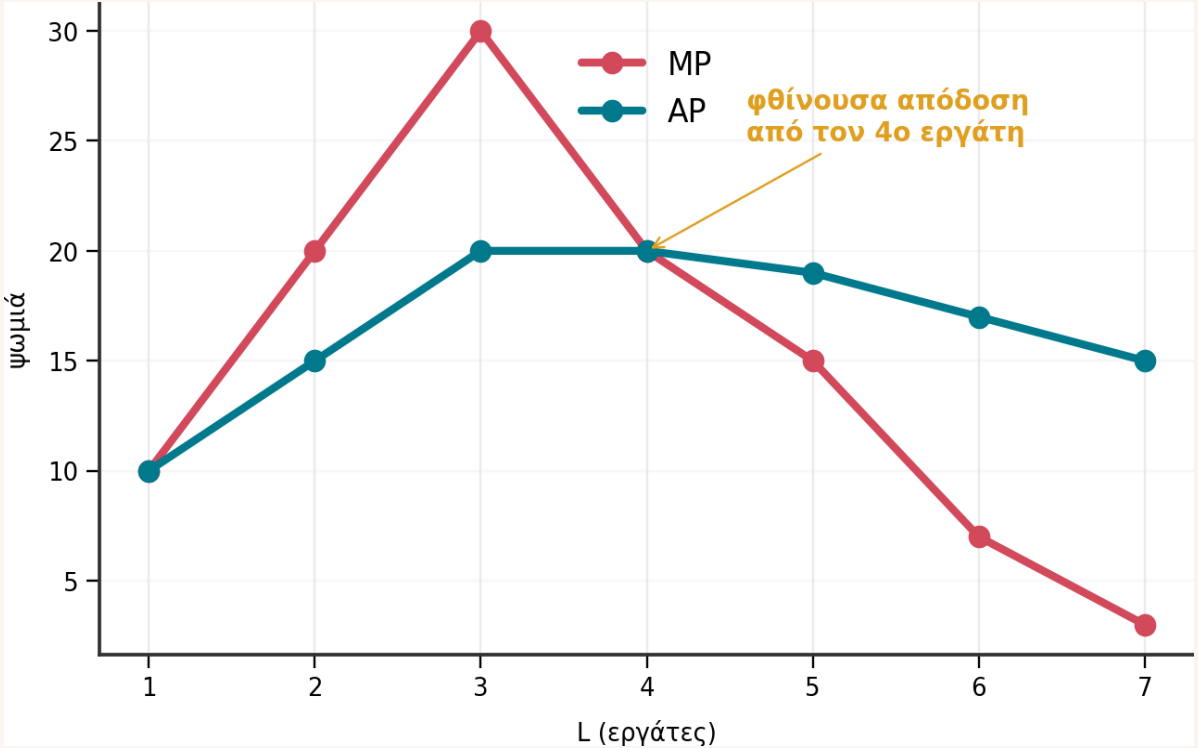
Γραμμή L = 4

MP = AP = 20: εδώ το AP φτάνει στο μέγιστο.

Από τον 4ο εργάτη

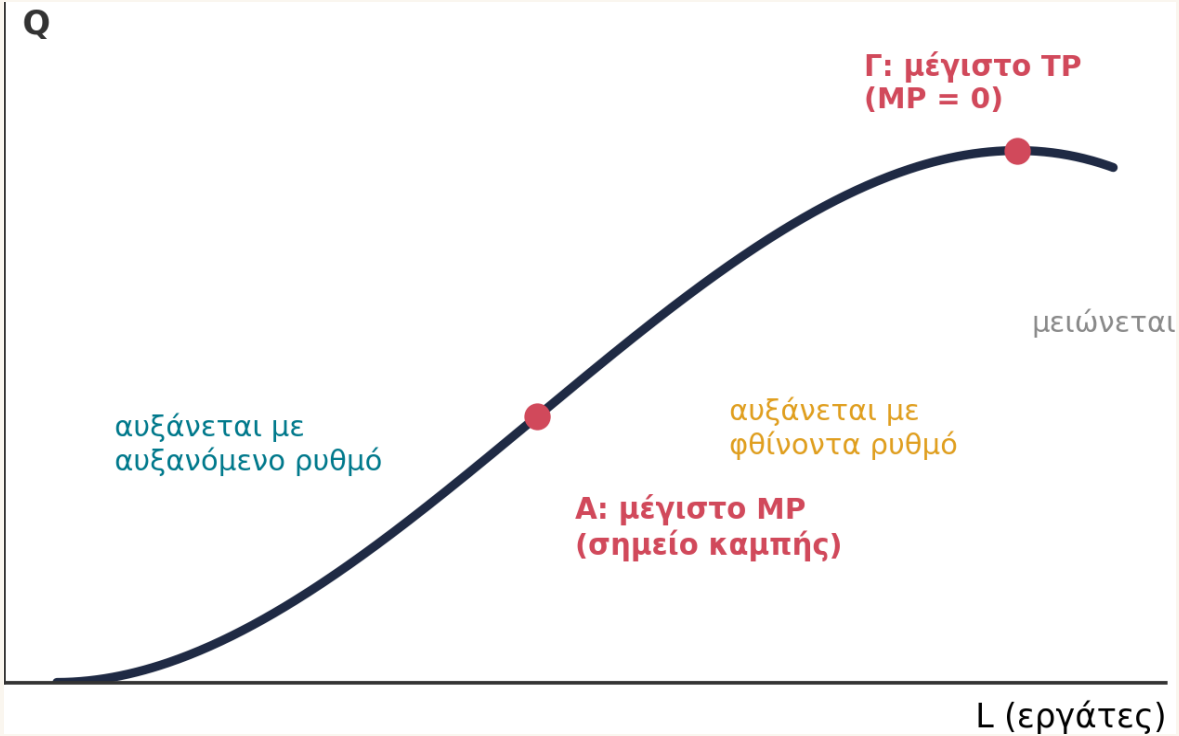
Το MP πέφτει (30 → 20 → 15 → 7 → 3), αλλά το Q αυξάνεται ακόμη.

Ο πίνακας γίνεται εικόνα



- **MP ανεβαίνει** όσο οι εργάτες συνεργάζονται και ειδικεύονται (L = 1 έως 3).
- **MP πέφτει** από τον 4ο εργάτη: φθίνουσα απόδοση.
- **AP ακολουθεί το MP:** ανεβαίνει όσο MP > AP, πέφτει όταν MP < AP.
- **Συναντιούνται** εκεί όπου το AP είναι στο μέγιστο (L = 4).

1 Βήμα 1: Η καμπύλη του συνολικού προϊόντος



① Μέχρι το Α

Το TP αυξάνεται με αυξανόμενο ρυθμό (MP ↑).

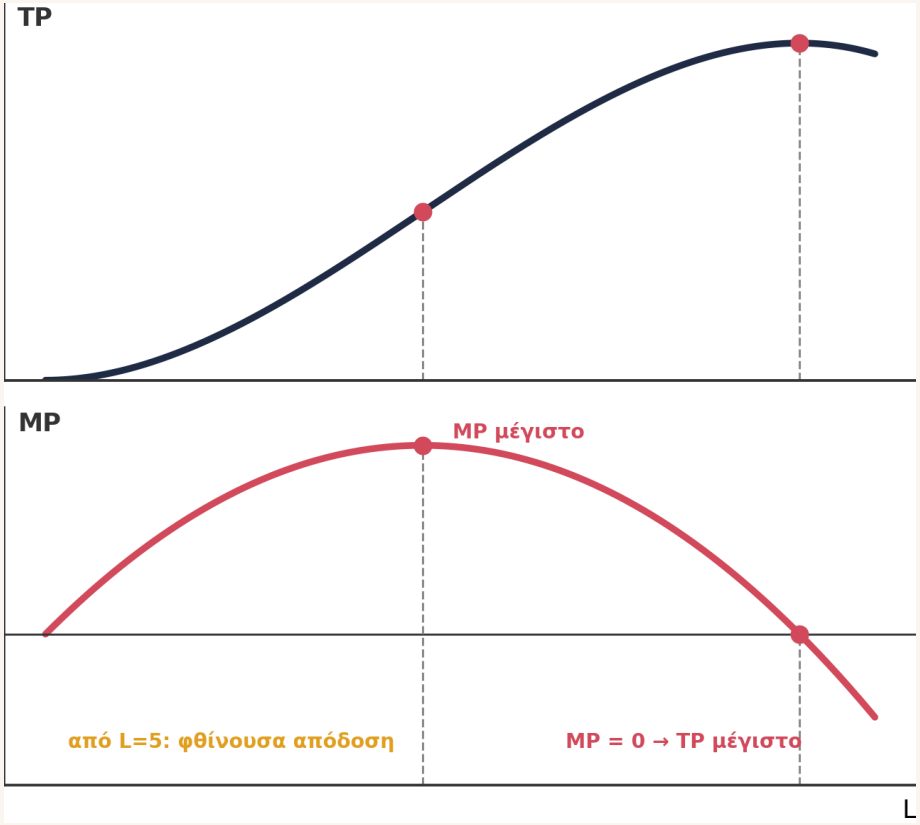
② Από Α έως Γ

Το TP αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό (MP ↓ αλλά > 0).

③ Μετά το Γ

Το TP μειώνεται (MP < 0).

2 Βήμα 2: Από το TP στο MP

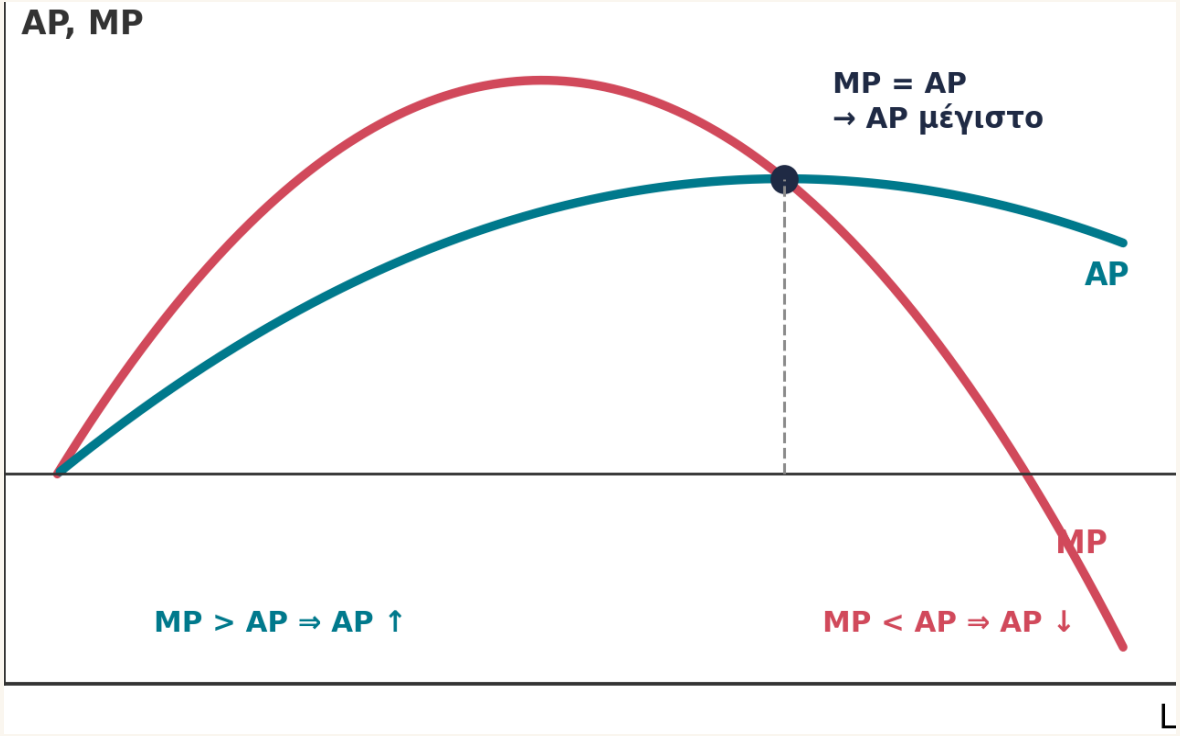


Το MP είναι η «κλίση» του TP: πόσο ανεβαίνει το TP για κάθε επιπλέον εργάτη.

- **TP απότομο ↗** → MP μεγάλο
- **Σημείο καμπής του TP** → MP μέγιστο
- **TP οριζόντιο (κορυφή)** → MP = 0
- **TP κατηφορίζει** → MP αρνητικό

Οι κάθετες διακεκομμένες «δένουν» τα δύο διαγράμματα: ίδιο L, ίδια πληροφορία.

3 Βήμα 3: Η σχέση AP και MP



MP > AP

Το AP αυξάνεται.

MP = AP

Το AP είναι στο μέγιστο.

MP < AP

Το AP μειώνεται.

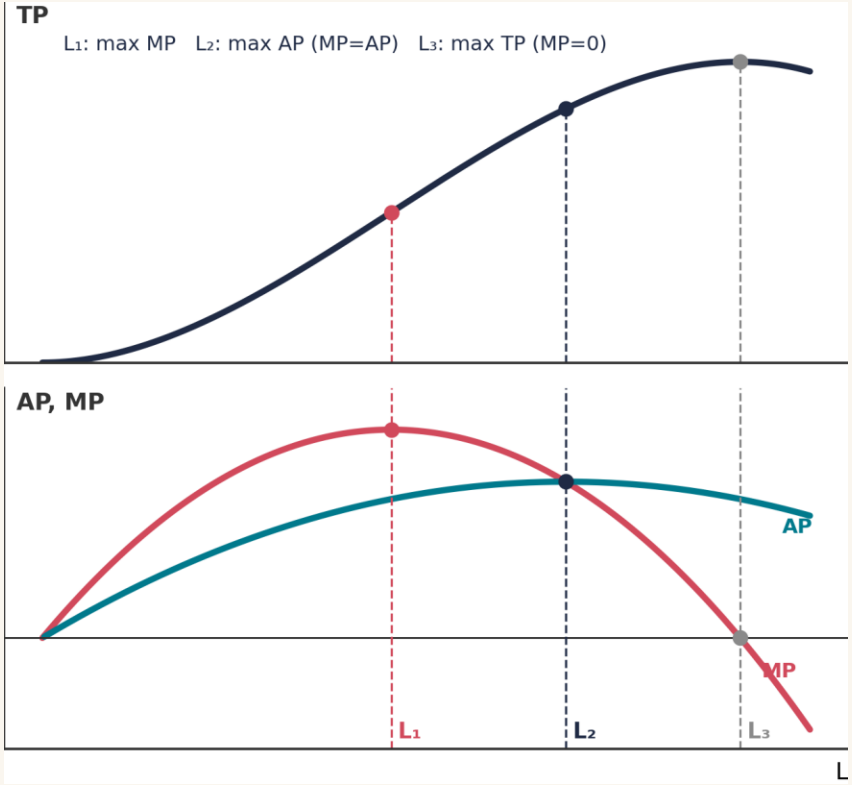
Γιατί ισχύει; Σκεφτείτε τους βαθμούς σας

Μέσος όρος	Νέος βαθμός	Νέος μέσος όρος
15	**18**	↑
μέχρι τώρα	πάνω από τον μέσο όρο	ανεβαίνει

Μέσος όρος	Νέος βαθμός	Νέος μέσος όρος
15	**12**	↓
μέχρι τώρα	κάτω από τον μέσο όρο	πέφτει

Νέος βαθμός = MP (ο επιπλέον εργάτης) | Μέσος όρος = AP (όλοι οι εργάτες)

4 Βήμα 4: Όλα μαζί σε ένα σχήμα



Σημείο	Τι συμβαίνει	Πώς το αναγνωρίζω
L_1	MP μέγιστο	Σημείο καμπής του TP
L_2	AP μέγιστο	MP = AP
L_3	TP μέγιστο	MP = 0

Σειρά στον άξονα L: $L_1 < L_2 < L_3$

Πρώτα κορυφώνεται το MP, μετά το AP, τελευταίο το TP.

Παγίδες παραγωγής που κόβουν μόρια

⚠ Φθίνουσα απόδοση ≠ μείωση TP

Όταν αρχίζει η φθίνουσα απόδοση, μειώνεται το MP. Το TP συνεχίζει να αυξάνεται μέχρι MP = 0.

⚠ Το MP τέμνει το AP στο μέγιστο του AP

Όχι στο μέγιστο του MP. Το MP βρίσκεται ήδη σε πτώση όταν συναντά το AP.

⚠ Το MP μπορεί να γίνει αρνητικό

Το AP όμως παραμένει θετικό όσο υπάρχει παραγωγή (Q > 0).

⚠ MP από μεταβολές, AP από επίπεδα

MP = ΔQ/ΔL, AP = Q/L. Αν ΔL ≠ 1, διαιρώ με το ΔL!

2η ΩΡΑ

Από την παραγωγή στο κόστος

Ο φούρνος πληρώνει: ενοίκιο για τον χώρο και μισθούς για τους εργάτες.
Πόσο κοστίζει κάθε ψωμί;

Σταθερό και μεταβλητό κόστος

Σταθερό κόστος (FC)

- Δεν μεταβάλλεται με την ποσότητα παραγωγής.
- Υπάρχει ακόμη κι αν Q = 0.
- Φούρνος: ενοίκιο, ασφάλιστρο, απόσβεση φούρνου.

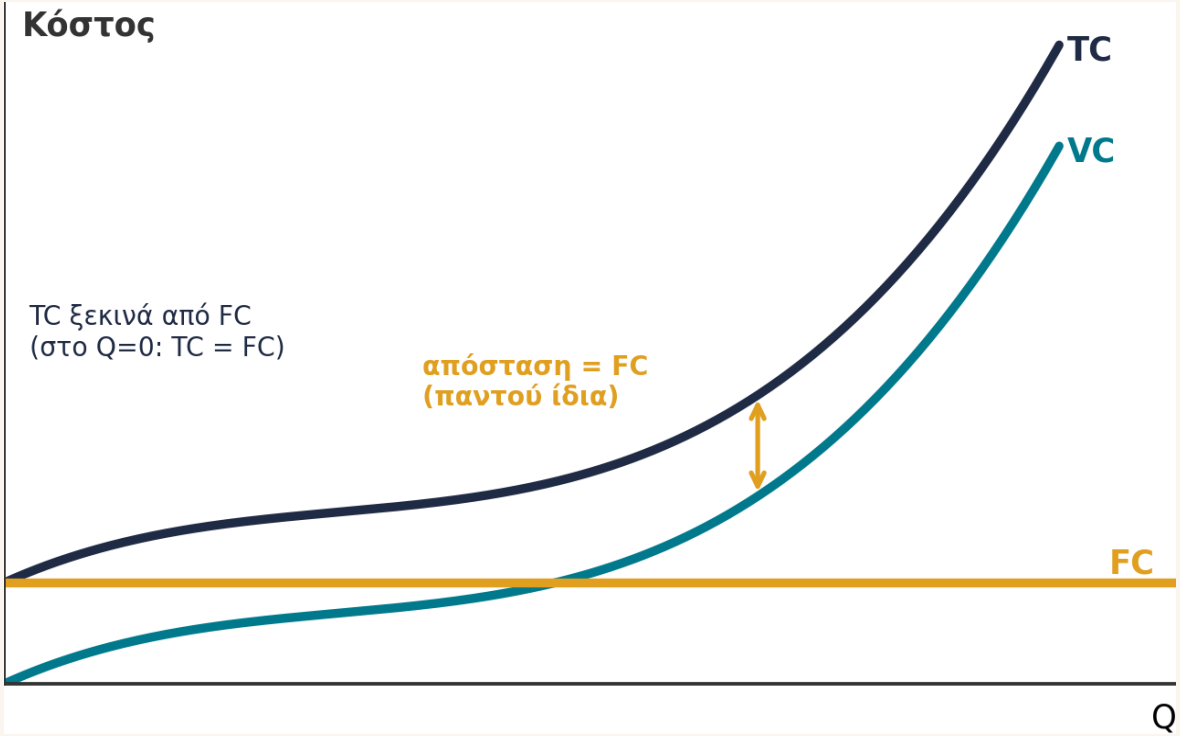
Μεταβλητό κόστος (VC)

- Μεταβάλλεται μαζί με την ποσότητα παραγωγής.
- Είναι 0 όταν Q = 0.
- Φούρνος: μισθοί εργατών, αλεύρι, ρεύμα παραγωγής.

$$TC = FC + VC$$

Στη βραχυχρόνια περίοδο υπάρχει σταθερό κόστος, γιατί υπάρχει σταθερός συντελεστής.

5 Βήμα 5: Οι καμπύλες FC, VC και TC



FC

Οριζόντια ευθεία: ίδιο ύψος για κάθε Q.

VC

Ξεκινά από το 0 και αυξάνεται μαζί με το Q.

TC

Ίδιο σχήμα με την VC, μετατοπισμένη προς τα πάνω κατά FC.

Κόστος ανά μονάδα: τέσσερις τύποι

AFC

Μέσο σταθερό κόστος

FC / Q

AVC

Μέσο μεταβλητό κόστος

VC / Q

ATC

Μέσο συνολικό κόστος

$TC / Q = AFC + AVC$

MC

Οριακό κόστος

$\Delta TC / \Delta Q = \Delta VC / \Delta Q$

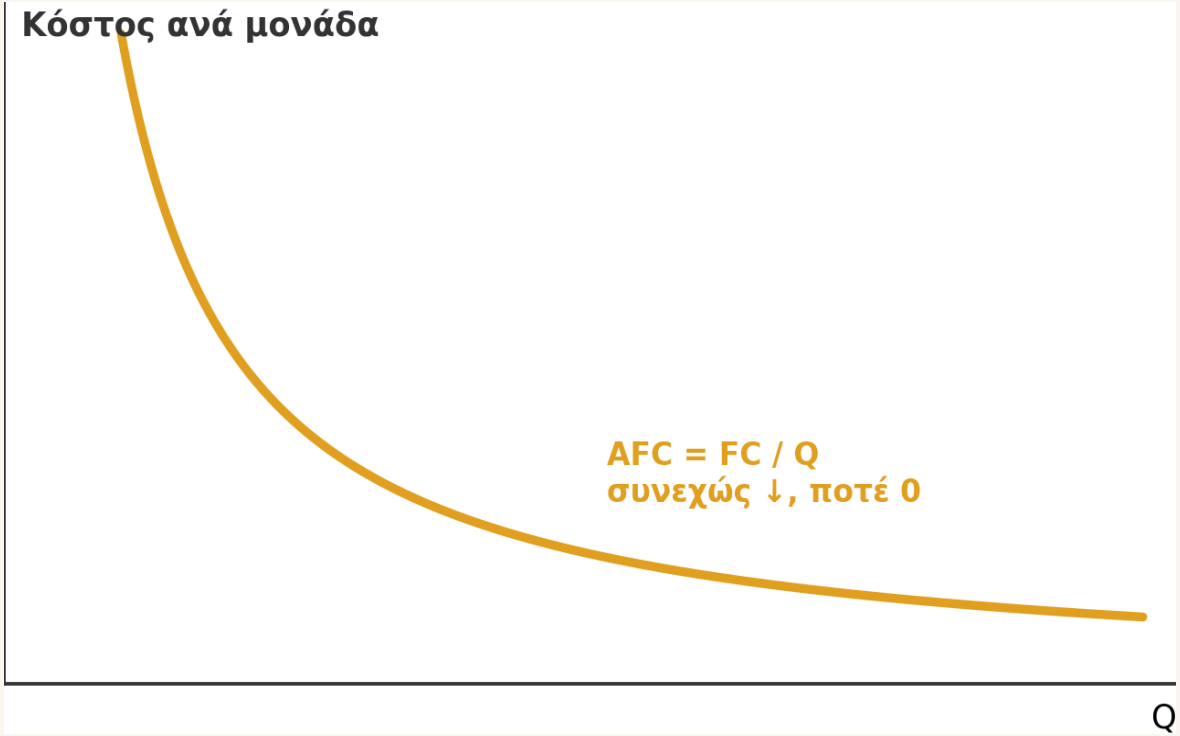
Γιατί ΔTC = ΔVC; Επειδή το FC δεν αλλάζει, όλη η μεταβολή του TC προέρχεται από το VC.

Κόστος του φούρνου (FC = 200 €, μισθός 100 €)

L	Q	FC	VC	TC	AFC	AVC	ATC	MC
0	0	200	0	200	–	–	–	–
1	10	200	100	300	20	10	30	10
2	30	200	200	400	6,67	6,67	13,33	5
3	60	200	300	500	3,33	5	8,33	3,33
4	80	200	400	600	2,5	5	7,5	5
5	95	200	500	700	2,11	5,26	7,37	6,67
6	102	200	600	800	1,96	5,88	7,84	14,29
7	105	200	700	900	1,9	6,67	8,57	33,33

Παρατηρήστε: το MC από Q = 60 σε Q = 80 είναι 5 = ελάχιστο AVC. Και το MC είναι ελάχιστο (3,33) εκεί όπου το MP ήταν μέγιστο (3ος εργάτης).

6 Βήμα 6: Η καμπύλη AFC



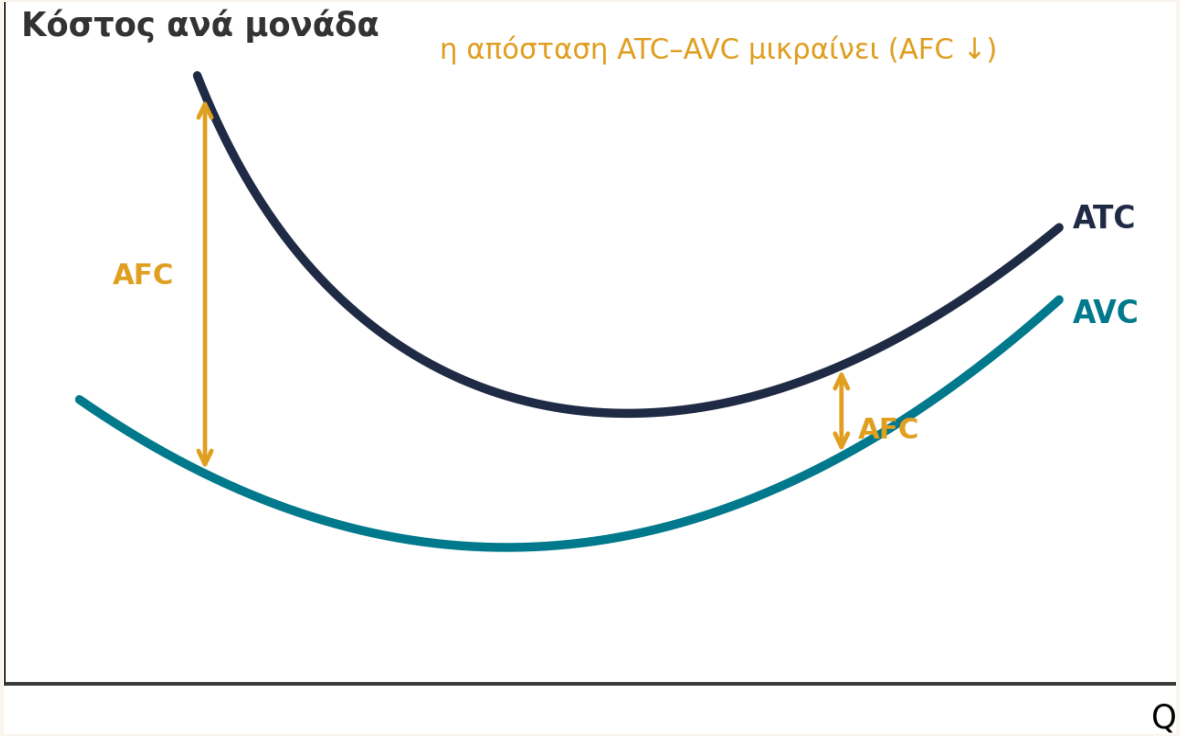
Πάντα πτωτική

Το ίδιο FC «μοιράζεται» σε όλο και περισσότερα ψωμιά. Φούρνος: 200/10 = 20 €, 200/105 ≈ 1,90 €.

Ποτέ μηδέν

Πλησιάζει τον οριζόντιο άξονα χωρίς να τον αγγίζει, γιατί το FC/Q δεν μηδενίζεται για κανένα Q.

7 Βήμα 7: Οι καμπύλες AVC και ATC



AVC σε σχήμα U

Πρώτα μειώνεται, μετά αυξάνεται.

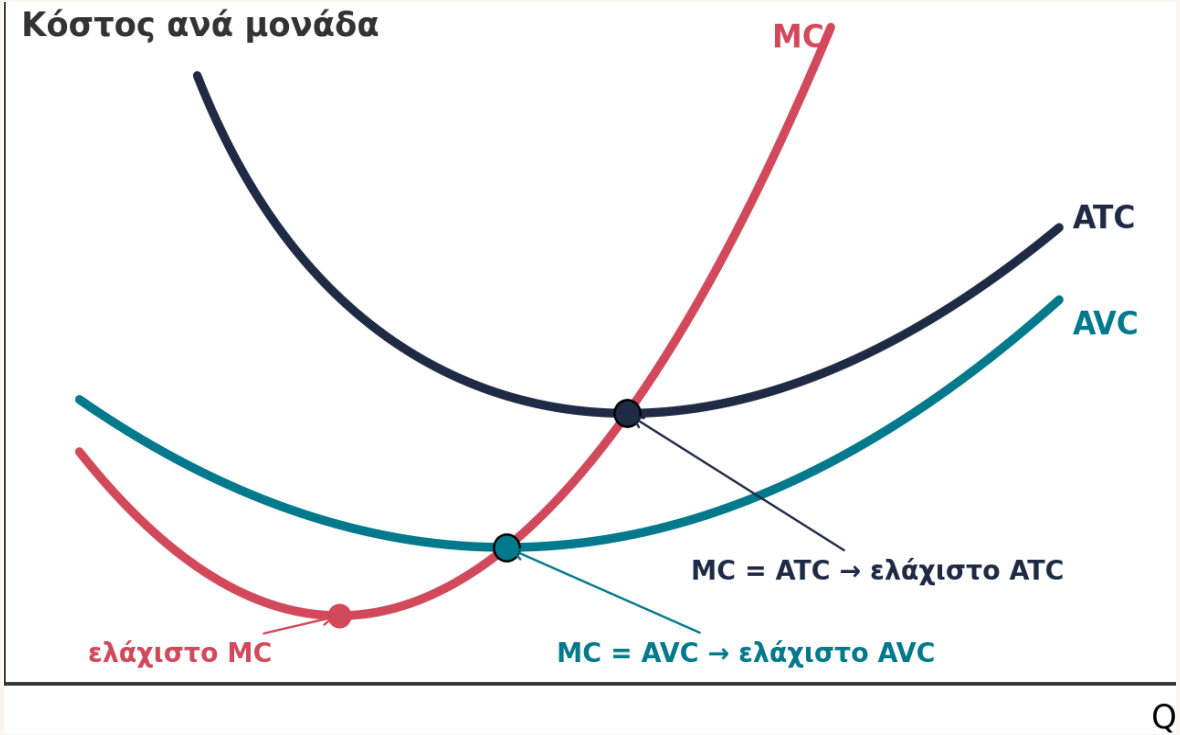
ATC = AFC + AVC

Βρίσκεται πάντα πάνω από την AVC.

Απόσταση = AFC

Μικραίνει όσο αυξάνεται το Q.

8 Βήμα 8: Η καμπύλη MC και τα σημεία τομής



MC < AVC (ATC)

Το AVC (ATC) μειώνεται.

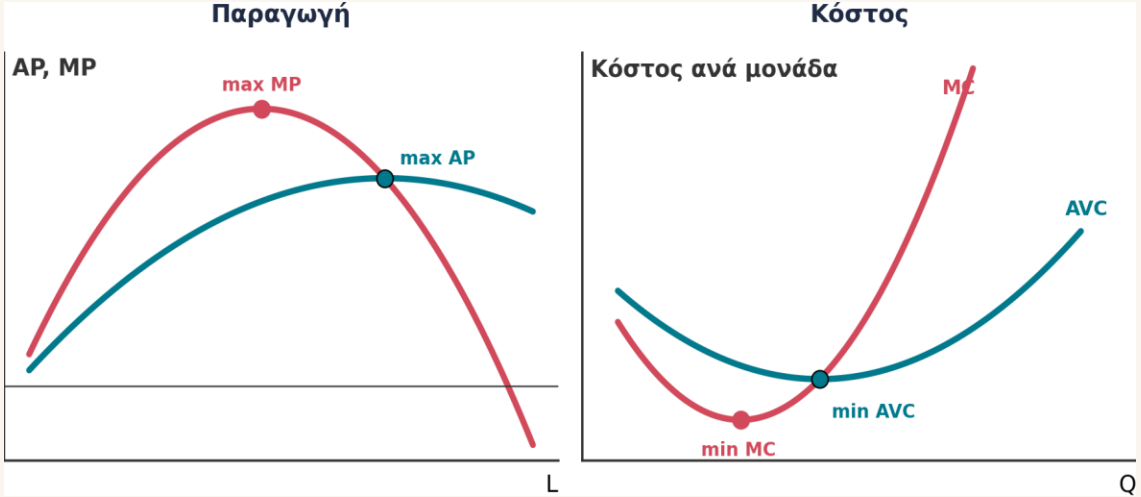
MC = AVC (ATC)

Το AVC (ATC) είναι στο ελάχιστο.

MC > AVC (ATC)

Το AVC (ATC) αυξάνεται.

Η γέφυρα: παραγωγή και κόστος είναι καθρέφτες



MP ↑ ⇒ MC ↓

AP ↑ ⇒ AVC ↓

(με σταθερό μισθό εργάτη)

Γιατί; Ο μισθός κάθε εργάτη είναι ίδιος. Αν ο επιπλέον εργάτης φτιάχνει πολλά ψωμιά, κάθε επιπλέον ψωμί κοστίζει λίγο. Αν φτιάχνει λίγα, κοστίζει ακριβά.

Όταν η παραγωγικότητα μεγιστοποιείται, το κόστος ελαχιστοποιείται: max MP ↔ min MC, max AP ↔ min AVC.

Τι αντιστοιχεί σε τι

ΠΑΡΑΓΩΓΗ		ΚΟΣΤΟΣ
MP αυξάνεται	⇔	MC μειώνεται
MP μέγιστο	⇔	MC ελάχιστο
MP μειώνεται (φθίνουσα απόδοση)	⇔	MC αυξάνεται
AP αυξάνεται	⇔	AVC μειώνεται
AP μέγιστο (MP = AP)	⇔	AVC ελάχιστο (MC = AVC)
AP μειώνεται	⇔	AVC αυξάνεται

Ισχύει με την προϋπόθεση ότι η αμοιβή του εργάτη είναι σταθερή.

Παγίδες κόστους που κόβουν μόρια

⚠ MC ≠ TC / Q

Το TC/Q είναι το ATC. Το MC υπολογίζεται πάντα από μεταβολές: ΔTC/ΔQ.

⚠ Το FC δεν μπαίνει στο MC

ΔTC/ΔQ = ΔVC/ΔQ, γιατί ΔFC = 0.

⚠ AVC και ATC δεν συναντιούνται

Η απόστασή τους είναι το AFC, που είναι πάντα θετικό.

⚠ Σειρά ελαχίστων

Πρώτα min MC, μετά min AVC, τελευταίο min ATC.

Έλεγχος κατανόησης: 6 γρήγορες ερωτήσεις

1. Ποιο μέγεθος μειώνεται πρώτο όταν ισχύει ο νόμος φθίνουσας απόδοσης;
2. Πού τέμνει η MP την AP;
3. Πόσο είναι το MP όταν το TP είναι μέγιστο;
4. Γιατί η AFC δεν φτάνει ποτέ στο μηδέν;
5. Αν MC = 8 και AVC = 10, τι κάνει το AVC;
6. Πού τέμνει η MC την ATC;

Οι 3 χρυσοί κανόνες του Κεφαλαίου 3

1

Το οριακό «τραβάει» το μέσο.

MP > AP ⇒ AP ↑ | MC < AVC ⇒ AVC ↓

2

Τομή = κορυφή ή πάτος.

MP τέμνει AP στο max AP | MC τέμνει AVC, ATC στο min

3

Παραγωγή και κόστος είναι καθρέφτες.

max MP ↔ min MC | max AP ↔ min AVC