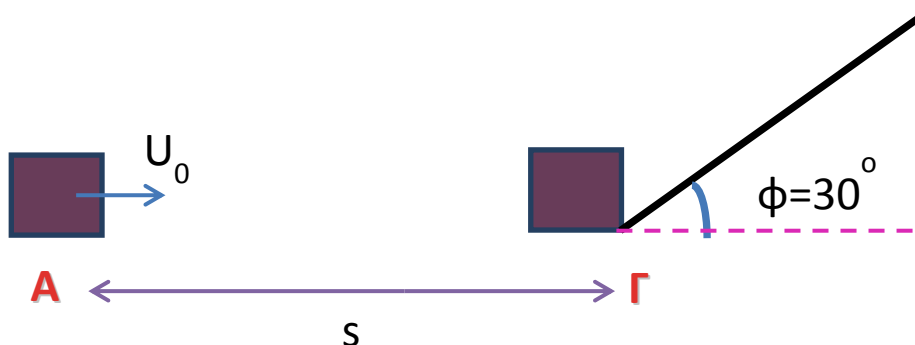


**ΘΕΜΑ Δ-1**

Ένα σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$ κινείται ευθύγραμμα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο περνώντας από ένα σημείο Α του επιπέδου, στη θέση $x_0 = 0$, με ταχύτητα $u_0 = 10\text{m/s}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu = 0,2$. Όταν έχει διανύσει διάστημα $s = 9\text{m}$ στο οριζόντιο επίπεδο συναντά τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\phi = 30^\circ$, κινούμενο χωρίς καμία απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την αλλαγή της διεύθυνσης της κίνησής του, συνεχίζοντας πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



- Δ1.** Να σχεδιαστούν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησής του στο οριζόντιο επίπεδο και να βρεθούν τα μέτρα τους.
- Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητά του όταν φτάσει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου;
- Δ3.** Να υπολογίσετε για πόσο χρόνο θα αυξάνεται η δυναμική ενέργεια του σώματος αν θεωρήσουμε επίπεδο αναφοράς μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο;
- Δ4.** Να αναφέρετε τις μετατροπές της ενέργειας που συμβαίνουν στις διάφορες φάσεις της κίνησης του σώματος καθώς και το έργο της δύναμης με το οποίο εκφράζεται κάθε μία από αυτές, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.



υποδείξεις απαντήσεων

Δ2. 1^{ος} τρόπος : Με εξισώσεις κίνησης

2^{ος} τρόπος: Με ΘΜΚΕ

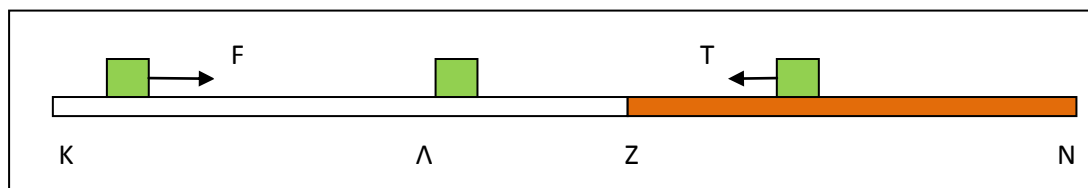
Δ3. ΘΜΚΕ και εξισώσεις κίνησης

Δ4. Αρκεί να εξετάσουμε τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του.



ΘΕΜΑ Δ-2

Σώμα μάζας $m = 10\text{kg}$ ηρεμεί στο σημείο Κ λείου οριζόντιου επιπέδου στη θέση $x_0 = 0$, όταν την στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται σ' αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 20\text{N}$ προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x . Όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί $x_1 = 16\text{m}$ η δύναμη F καταργείται όταν ευρίσκεται στο σημείο Λ. Από το Λ το σώμα κινείται για χρόνο $t_2 = 10\text{s}$ στο λείο οριζόντιο επίπεδο όπου συναντά στο σημείο Ζ τραχύ οριζόντιο επίπεδο, όπου δέχεται δύναμη τριβής $T = 10\text{N}$ με αποτέλεσμα να σταματήσει σε ένα άλλο σημείο Ν. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



- Δ₁. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος σ' όλη τη διάρκεια της κίνησής του και να παρασταθεί γραφικά η επιτάχυνση σε συνάρτηση με τον χρόνο.
- Δ₂. Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του σώματος.
- Δ₃. Να υπολογιστούν τα έργα όλων των δυνάμεων σε όλη τη διάρκεια κίνησής του.
- Δ₄. Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος.



υποδείξεις απαντήσεων

Δ₁. Εφαρμογή 2^ο ΘΝΜ

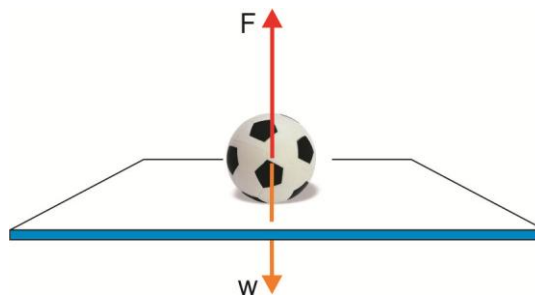
Δ₂. ΘΜΚΕ ή εξισώσεις κίνησης

Δ₄. Το σώμα αποκτά τη μέγιστη κινητική του ενέργεια $K_{\max}$ όταν το σώμα έχει αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα $u_{\max}$ δηλαδή στην θέση που $\Sigma F = 0$.



ΘΕΜΑ Δ-3

Μικρό σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ είναι ακίνητο σε σημείο O οριζοντίου επιπέδου. Τη στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα κατακόρυφη δύναμη προς τα πάνω με μέτρο $F = 30\text{N}$ η οποία καταργείται τη στιγμή $t = 2\text{s}$. Το σώμα συνεχίζει να ανεβαίνει μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του σε σημείο Δ , που βρίσκεται σε ύψος h από το O . Στη συνέχεια το σώμα επιστρέφει στο σημείο O . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$ και οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες.



- Δ₁. Σε ποίο ύψος καταργήθηκε η δύναμη F .
- Δ₂. Την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που καταργείται η δύναμη F .
- Δ₃. Το συνολικό ύψος που ανέβηκε το σώμα.
- Δ₄. Την ταχύτητα με την οποία επιστρέφει στο σημείο O .



υποδείξεις απαντήσεων

Δ₁. ΘΝΜ και εξισώσεις κίνησης

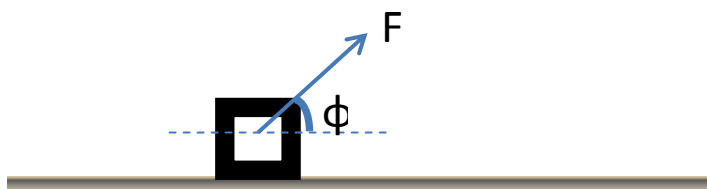
Δ₂. ΘΜΚΕ

Δ₃ και Δ₄. Εξισώσεις κίνησης ή ΘΜΚΕ ή ΑΔΜΕ



ΘΕΜΑ Δ-4

Ένα σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$ ηρεμεί στο σημείο Α οριζόντιου επιπέδου με το οποίο παρουσιάζει με το επίπεδο τριβής ολίσθησης $T = 1\text{N}$. Στο σώμα ασκείται δύναμη $F = 5\text{N}$ που σχηματίζει με το επίπεδο γωνία ϕ με $\eta\mu\phi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,8$. Όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά (x) και βρίσκεται στο σημείο Β έχει ταχύτητα $u = 6\text{m/s}$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



- Δ1. Να σχεδιαστούν και να βρεθούν όλα τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά την κίνησή του.
- Δ2. Να βρεθεί η μετατόπιση (x) του σώματος.
- Δ3. Να βρεθούν τα έργα όλων των δυνάμεων για την προηγούμενη μετατόπιση.
- Δ4. Στην θέση Β να βρεθούν ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη F δίνει ενέργεια στο σώμα και το ρυθμό που μετατρέπεται η ενέργεια σε θερμότητα λόγω της τριβής ολίσθησης.



υποδείξεις απαντήσεων

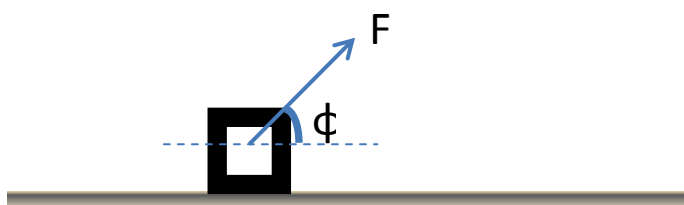
Δ2. Εξισώσεις κίνησης με ΘΝΜ

$$\Delta 4. \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot u, \quad \frac{\Delta W_T}{\Delta t} = -T \cdot u$$



ΘΕΜΑ Δ-5

Ένα σώμα $m = 2\text{kg}$ είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,1$. Στο σώμα ασκείται δύναμη που έχει μέτρο $F = 10\sqrt{2} \text{ N (SI)}$ και σχηματίζει με τον οριζόντιο γωνία $\varphi = 45^\circ$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$, $\eta\mu\varphi = \text{syn}\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



- Δ1.** Να σχεδιαστούν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη θέση $x = 0$ έως τη θέση $x = 2\text{m}$.
- Δ2.** Να υπολογιστούν τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από τη θέση $x = 0$ έως τη θέση $x = 1\text{m}$.
- Δ3.** Σε ποιά θέση το σώμα χάνει την επαφή του με το έδαφος και τι ταχύτητα έχει εκεί;
- Δ4.** Να υπολογιστεί η ισχύς της δύναμης F ελάχιστα πριν εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο.



υποδείξεις απαντήσεων

- Δ1.** Ορίζουμε σύστημα κάθετων αξόνων με τον x να ταυτίζεται με το οριζόντιο επίπεδο.
- Δ2.** Εφαρμογή 1^ο Ν. Νεύτωνα
- Δ3.** Χάσιμο επαφής σημαίνει αντίδραση δαπέδου $N = 0$.
- Δ4.** $\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = Fx \cdot u$



ΘΕΜΑ Δ-6


Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 2\text{kg}$ και $m_2 = 3\text{kg}$ και βρίσκονται ακίνητα πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο με το νήμα μήκους $d = 1\text{m}$ να είναι τεντωμένο. Τη στιγμή $t_0 = 0$ ασκούμε στο Σ_2 οριζόντια σταθερή δύναμη $F = 15\text{N}$. Το νήμα κόβεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\text{s}$.

Δ1. Να βρεθούν οι ταχύτητες των σωμάτων τη στιγμή $t = 2\text{s}$.

Δ2. Να βρεθεί η τάση του νήματος στο Σ_2 για το χρόνο που το νήμα είναι τεντωμένο.

Δ3. Να υπολογίσετε την απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή $t_2 = 4\text{s}$.

Δ4. Το συνολικό έργο της F και το ρυθμό που προσφέρει ενέργεια, 2s μετά από τη χρονική στιγμή που θα κοπεί το νήμα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



υποδείξεις απαντήσεων

Δ1. Εφαρμόζουμε ΘNM για το σύστημα των σωμάτων, υπολογίζοντας την επιτάχυνση και ακολούθως εφαρμόζουμε τις εξισώσεις κίνησης.

Δ2. Εφαρμόζουμε ΘNM για το Σ_2 .

Δ3. Εφαρμόζουμε ΘNM και τις εξισώσεις κίνησης για κάθε σώμα ξεχωριστά από την χρονική στιγμή 2s έως 4s .

Δ4. Εφαρμόζουμε τον ορισμό του έργου δύναμης. $\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot u$ για την χρονική διάρκεια 2s έως 4s .



**ΘΕΜΑ Δ-7**

Την στιγμή $t = 0$ αφήνουμε να πέσει ένας αλεξιπτωτιστής ελεύθερης πτώσης, μάζας $m = 80\text{kg}$ από μεγάλο ύψος. Αρχικά ο αλεξιπτωτιστής δεν έχει ανοίξει το αλεξίπτωτό του. Εκτός από το βάρος του ασκείται και η αντίσταση του αέρα, που δίνεται από την σχέση $F_a = \frac{u^2}{2}$ (S.I.) όπου u το μέτρο της ταχύτητας



του σώματος, μέχρι να ανοίξει το αλεξίπτωτο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$, τότε, να υπολογίσετε:

- Δ1. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης του, θεωρώντας ότι πέφτει κατακόρυφα, χωρίς να αλλάζει η μετωπική του επιφάνεια, όπως στο σχήμα.
- Δ2. Τη μέγιστη επιτάχυνση που δέχεται.
- Δ3. Τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτάει.
- Δ4. Το έργο της αντίστασης του αέρα, αν διένυσε 90m κατά την κατακόρυφη πτώση του, μέχρι να αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητά του.



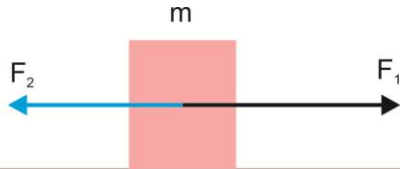
υποδείξεις απαντήσεων

- Δ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις και εφαρμόζουμε ΘΝΜ.
- Δ2. Εφαρμόζουμε ΘΝΜ και προσέχουμε πότε η επιτάχυνση γίνεται μέγιστη.
- Δ3. Εφαρμόζουμε ΘΝΜ στη θέση όπου $\Sigma F = 0$.
- Δ4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ.



**ΘΕΜΑ Δ-8**

Ένα σώμα μάζας $m = 0,2 \text{ Kg}$ κινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ έχει ταχύτητα μέτρου 8 m/s και στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις F_1 ομόρροπη της ταχύτητάς του και $F_2 = 0,4 \text{ N}$ αντίρροπη της ταχύτητάς του όπως στο σχήμα. Υπολογίστε:



- Δ1. Το μέτρο της δύναμης F_1 ώστε το σώμα να αποκτήσει ρυθμό μεταβολής ταχύτητας 10 m/s^2
 - Δ2. Τη μετατόπισή του μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα 10 m/s .
 - Δ3. Τη χρονική στιγμή το ρυθμό προσφοράς ενέργειας της F_1 .
 - Δ4. Τη μετατόπιση που θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει, αν τη χρονική στιγμή που κινείται με ταχύτητα μέτρου 10 m/s , καταργηθεί η F_1 .
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.



υποδείξεις απαντήσεων

- Δ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις και εφαρμόζουμε ΘΝΜ.
- Δ2. Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις κίνησης ή ΘΜΚΕ.
- Δ3. $\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot u$
- Δ4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ.



ΘΕΜΑ Δ-9

Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 2\text{Kg}$ και $m_2 = 4\text{Kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται σε λείο οριζόντιο δάπεδο και ξεκινούν ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από την ηρεμία. Το Σ_1 είναι στη θέση $x_{0,1} = 0$ ενώ το Σ_2 είναι στη θέση $x_{0,2} = 25\text{m}$. Τα σώματα κινούνται με σταθερές επιταχύνσεις, στην ίδια κατεύθυνση, εξ' αιτίας σταθερών οριζόντιων δυνάμεων με μέτρα $F_1 = F_2 = 8\text{N}$. Υπολογίστε:



Υπολογίστε:

- Δ1. Τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο σωμάτων.
- Δ2. Μετά από ένα δευτερόλεπτο, ποια είναι η μεταξύ τους απόσταση.
- Δ3. Τη χρονική στιγμή και το σημείο συνάντησης.
- Δ4. Τα έργα των δυνάμεων μέχρι το σημείο συνάντησης.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



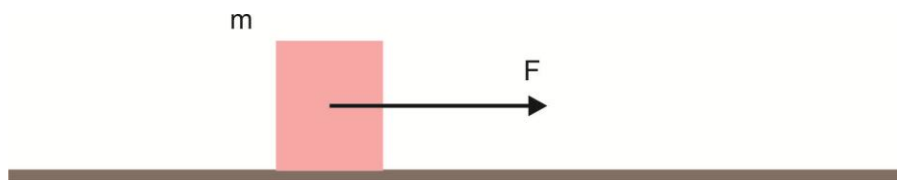
υποδείξεις απαντήσεων

- Δ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις και εφαρμόζουμε ΘNM .
- Δ2. Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις κίνησης.
- Δ3. Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις κίνησης εκεί όπου $\Delta x_1 = (\Delta x_2 + 25) \text{ m}$



ΘΕΜΑ Δ-10

Σε σώμα μάζας $m = 0,5\text{Kg}$ που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου 3N , οπότε το σώμα διανύει 64m σε 8s , σε μη λείο επίπεδο. Να υπολογίσετε:



- Δ₁. Την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.
 - Δ₂. Το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου.
 - Δ₃. Το έργο της δύναμης F μέχρι από την $t = 0$ έως την $t = 8\text{s}$.
 - Δ₄. Το ρυθμό προσφέρει ενέργεια η F και το ρυθμό μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, τη χρονική στιγμή $t = 8\text{s}$.
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



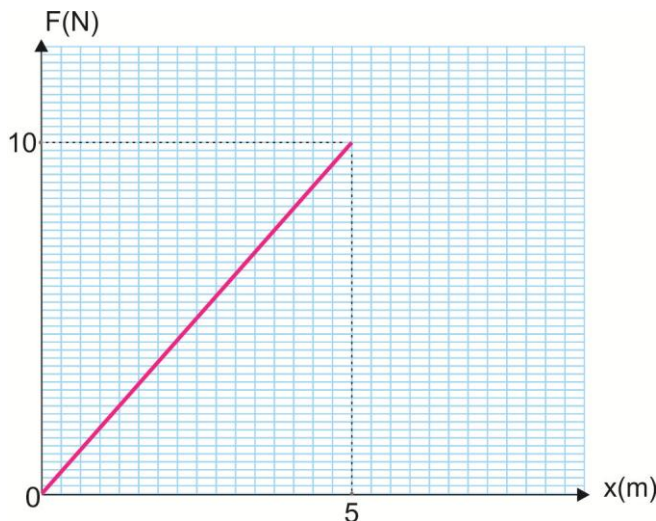
υποδείξεις απαντήσεων

- Δ₁. Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις κίνησης
- Δ₂. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις και εφαρμόζουμε ΘNM .
- Δ₃. Εφαρμόζουμε τον ορισμό του έργου σταθερής δύναμης.
- Δ₄. $\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot u$, $\frac{\Delta W_T}{\Delta t} = -T \cdot u$



**ΘΕΜΑ Δ-11**

Σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Το σώμα είναι στη θέση $x_0 = 0$ την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και έχει ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$, ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη F , ομόρροπη της ταχύτητάς του και μεταβλητού μέτρου, όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$. Να υπολογίσετε:

- Δ1. Τη θέση όπου το σώμα έχει την ελάχιστη ταχύτητα, από τη θέση $x_0 = 0$ έως την $x = 5\text{m}$.
- Δ2. Την ελάχιστη ταχύτητα σ' αυτό το διάστημα.
- Δ3. Το έργο της δύναμης F , από τη θέση $x = 0\text{m}$ έως τη θέση $x = 5\text{m}$.
- Δ4. Το ρυθμό με τον οποίο η δύναμη F προσφέρει ενέργεια στο σώμα στη θέση $x = 5\text{m}$.



υποδείξεις απαντήσεων

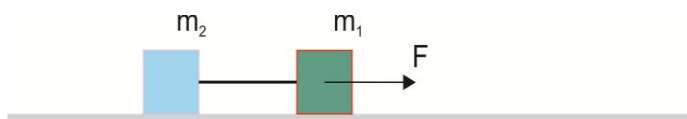
Δ1. Υπολογίζουμε τη συνάρτηση $F = kx$ (SI). Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις και εφαρμόζουμε $\Sigma F = ma$ μελετώντας το είδος της κίνησης.

Δ2. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ.

Δ3. Γνωρίζοντας ότι το έργο μεταβλητής δύναμης ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν της $F(x)$ για την αντίστοιχη μετατόπιση, το υπολογίζουμε.

$$\Delta 4. \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot v.$$



**ΘΕΜΑ Δ-12**

Δύο σώματα μικρών διαστάσεων Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 3 \text{ kg}$ και $m_2 = 2 \text{ kg}$ αντίστοιχα, είναι ακίνητα πάνω σε οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους με το οποίο παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Τα σώματα βρίσκονται στην αρχή $x_0 = 0$ του άξονα $x'Ox$ και είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με τεντωμένο λεπτό άβαρες μη εκτατό νήμα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 45 \text{ N}$ ασκείται στο σώμα Σ_1 . Να υπολογίσετε:

Δ1. Τα μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται κάθε σώμα.

Δ2. Το μέτρο της επιτάχυνσης του συστήματος των δύο σωμάτων.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 5 \text{ s}$ κόβεται το νήμα. Να σχεδιάσετε:

Δ3. Σε κοινούς βαθμολογημένους άξονες τα διαγράμματα ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε σώμα, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος Σ_2 . Με τη βοήθεια του διαγράμματος να υπολογίσετε την απόσταση d μεταξύ των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή t_2 .

Δ4. Να υπολογίσετε το συνολικό ποσό θερμότητας που παράγεται από το χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 .

**υποδείξεις απαντήσεων**

Δ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα, υπολογίζουμε τα μέτρο της κάθετης αντίδρασης που δέχεται κάθε σώμα και τελικά υπολογίζουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται κάθε σώμα.

Δ2. Εδώ, έχουμε δύο επιλογές: Η 1^η είναι να μελετήσουμε με τη βοήθεια του

ΘNM για κάθε σώμα χωριστά και από το σύστημα των σχέσεων που θα προκύψει υπολογίζουμε την κοινή τους επιτάχυνση. Η 2^η επιλογή είναι να εφαρμόσουμε το ΘNM λαμβάνοντας υπόψη μας μόνο τις εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος.

Δ3. Μελετάμε κάθε σώμα χωριστά, υπολογίζουμε τις επιταχύνσεις (ή επιβραδύνσεις) τους και στη συνέχεια μέσα από τις κατάλληλες εξισώσεις των κινήσεών τους υπολογίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία τους. Στο διάγραμμα ταχύτητας χρόνου, θα πρέπει να θυμηθούμε ότι το εμβαδόν που σχηματίζεται ανάμεσα στη γραφική παράσταση και τον άξονα του χρόνου αντιστοιχεί στη μετατόπιση.

Δ4. Αρκεί, να θυμηθούμε ότι το ποσό θερμότητας Q που παράγεται ισούται κατ' απόλυτη τιμή με το έργο της τριβής ολίσθησης.



**ΘΕΜΑ Δ-13**

Ένα σώμα μάζας $m = 1\text{Kg}$ αφήνεται να ολισθήσει από τη κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$, από ύψος $h = 1,8\text{m}$.



Να υπολογίσετε:

Δ1. Το μέτρο της ταχύτητας που έχει το σώμα όταν φτάνει στη βάση του κεκλιμένου.

Αμέσως μετά, το σώμα κινείται στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο (χωρίς αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας του).

Δ2. Το συντελεστή τριβής ολίσθησης του σώματος με το οριζόντιο επίπεδο αν το σώμα σταματά αφού διανύσει 9m.

Δ3. Το ρυθμό μετατροπής σε θερμική ενέργεια, 1s προτού σταματήσει το σώμα.

Δ4. Την ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται να προσφέρουμε στο σώμα, ώστε να επιστρέψει στην αρχική του θέση με μηδενική ταχύτητα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



υποδείξεις απαντήσεων

Δ1. Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ στο κεκλιμένο δάπεδο.

Δ2. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις και εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ στο οριζόντιο δάπεδο.

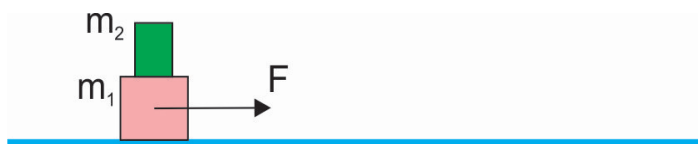
Δ3. Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις κίνησης στο οριζόντιο δάπεδο και $\frac{\Delta W_T}{\Delta t} = -T \cdot u$.

Δ4. Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ από την αρχική στην τελική θέση.



**ΘΕΜΑ Δ-14**

Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ είναι ακίνητο στη θέση $x_0 = 0$ του άξονα $x'Ox$ και πάνω του έχουμε στερεώσει με κόλλα ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\text{ kg}$.



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σώμα Σ_1 δέχεται την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F = 12\text{ N}$. Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το σύστημα βρίσκεται στη θέση $x_1 = 9\text{ m}$, αποσπάμε απότομα το σώμα Σ_2 , χωρίς να αλλάξει η ταχύτητα του Σ_1 , οπότε το σώμα Σ_1 κινείται μόνο του. Τη χρονική στιγμή $t_3 = 5\text{ s}$ παύει να ασκείται η δύναμη F .

Να υπολογίσετε:

- Δ1.** Την κινητική ενέργεια K_2 του σώματος Σ_2 τη χρονική στιγμή t_1 .
- Δ2.** Το μέτρο της δύναμης που ασκεί η κόλλα στο σώμα Σ_2 .
- Δ3.** Το έργο της δύναμης F .
- Δ4.** Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο του σώματος Σ_1 , από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και μέχρι τη χρονική στιγμή t_4 που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$.



ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Δ1. Αρκεί να υπολογίσουμε την κοινή ταχύτητα του συστήματος.

Δ2. Εδώ, έχουμε δύο επιλογές: Η 1^η είναι να μελετήσουμε με τη βοήθεια του ΘΝΜ κάθε σώμα χωριστά και από το σύστημα των σχέσεων που θα προκύψει υπολογίζουμε την κοινή τους επιτάχυνση. Η 2^η επιλογή είναι να εφαρμόσουμε το ΘΝΜ λαμβάνοντας υπόψη μας μόνο τις εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την δύναμη που συγκρατεί το σώμα Σ_2 .

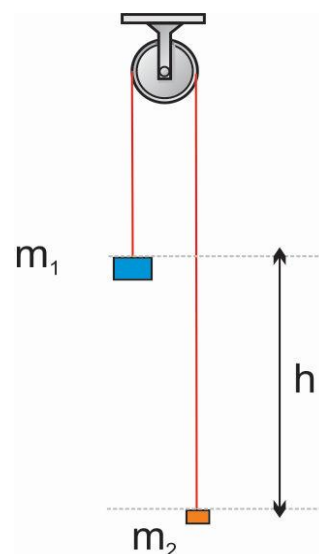
Δ3. Αρκεί, να υπολογίσουμε τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της δύναμης.

Δ4. Με τις κατάλληλες εξισώσεις για κάθε κίνηση, υπολογίζουμε όλα τα στοιχεία που μας χρειάζονται και σχεδιάζουμε τα δύο διαγράμματα.



**ΘΕΜΑ Δ-15**

Η διάταξη του σχήματος αποτελείται από μια αβαρή ακίνητη τροχαλία στερεωμένη σε οριζόντιο ακλόνητο άξονα που περνάει από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της, ένα αβαρές μη εκτατό νήμα και δύο σώματα με μάζες $m_1 = 3\text{kg}$ και $m_2 = 1\text{kg}$ αντίστοιχα. Τα δύο σώματα είναι δεμένα με το νήμα το οποίο είναι τεντωμένο και διέρχεται από το αυλάκι της τροχαλίας. Το σύστημα είναι ακίνητο και συγκρατείται έτσι ώστε τα δύο σώματα να απέχουν κατακόρυφα μεταξύ τους απόσταση $h = 20\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, αφήνουμε το σύστημα ελεύθερα να κινηθεί, η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονά της και το νήμα δεν γλιστράει μέσα στο αυλάκι της τροχαλίας. Να υπολογίσετε:



- Δ1.** Την επιτάχυνση του συστήματος των δύο σωμάτων.
 - Δ2.** Το μέτρο της τάσης του νήματος.
 - Δ3.** Τη χρονική στιγμή που τα δύο σώματα θα βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, το μέτρο της ταχύτητάς τους.
 - Δ4.** Να αποδείξετε ότι η μείωση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος ισούται με την αύξηση της κινητικής του ενέργειας.
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



υποδείξεις απαντήσεων

Δ1. Εδώ, έχουμε δύο επιλογές: Η 1^η είναι να μελετήσουμε με τη βοήθεια του ΘΝΜ κάθε σώμα χωριστά και από το σύστημα των σχέσεων που θα προκύψει υπολογίζουμε την κοινή τους επιτάχυνση. Η 2^η επιλογή είναι να εφαρμόσουμε το ΘΝΜ λαμβάνοντας υπόψη μας μόνο τις εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος.

Δ2. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την δύναμη που συγκρατεί το σώμα Σ2.

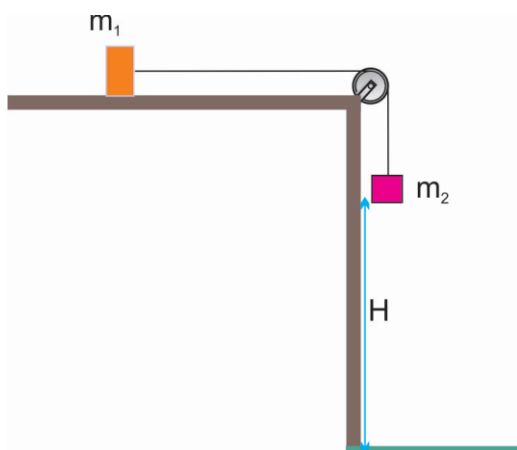
Δ3. Αξιοποιούμε τις εξισώσεις της κίνησης κάθε σώματος και το γεγονός ότι όταν φτάσουν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο θα έχουν μετατοπιστεί κατά $h/2$.

Δ4. Όταν σ' ένα σύστημα σωμάτων οι δυνάμεις που παράγουν έργο είναι συντηρητικές (βαρυτικές δυνάμεις) θα ισχύει: $\Delta K = -\Delta U$.





ΘΕΜΑ Δ-16



Η διάταξη του σχήματος αποτελείται από μια αβαρή ακίνητη τροχαλία στερεωμένη σε οριζόντιο ακλόνητο άξονα που περνάει από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της, ένα αβαρές μη εκτατό νήμα και δύο σώματα Σ₁ και Σ₂ με μάζες $m_1 = 1\text{ kg}$ και $m_2 = 2\text{ kg}$ αντίστοιχα. Τα δύο σώματα είναι δεμένα με το νήμα το οποίο είναι τεντωμένο και διέρχεται από το αυλάκι της τροχαλίας. Το σύστημα είναι ακίνητο και συγκρατείται έτσι ώστε το σώμα Σ₂ να απέχει κατακόρυφα από το οριζόντιο έδαφος

απόσταση $H = 44\text{ m}$. Το σώμα Σ₁ εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,8$ με το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκεται. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, αφήνουμε το σύστημα ελεύθερα να κινηθεί, η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονά της και το νήμα δεν γλιστράει μέσα στο αυλάκι της τροχαλίας. Να υπολογίσετε:

Δ1. Την επιτάχυνση του συστήματος των δύο σωμάτων.

Δ2. Το ποσό θερμότητας που έχει παραχθεί από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 που η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος Σ₂ έχει μειωθεί κατά 160 J .

Τη χρονική στιγμή t_1 κόβεται το νήμα. Να υπολογίσετε:

Δ3. Τη χρονική στιγμή t_2 που το σώμα Σ₂ φτάνει στο έδαφος και το μέτρο της ταχύτητάς του ελάχιστα πριν το χτυπήσει.

Δ4. Στο χρονικό διάστημα από t_2 μέχρι t_3 την απόσταση που διανύει το Σ₁ πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$.



υποδείξεις απαντήσεων

Δ1. Εδώ, έχουμε δύο επιλογές: Η 1^η είναι να μελετήσουμε με τη βοήθεια του ΘΝΜ κάθε σώμα χωριστά και από το σύστημα των σχέσεων που θα προκύψει υπολογίζουμε την κοινή τους επιτάχυνση. Η 2^η επιλογή είναι να εφαρμόσουμε το ΘΝΜ λαμβάνοντας υπόψη μας μόνο τις εξωτερικές δυνάμεις του συστήματος. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την δύναμη που συγκρατεί το σώμα Σ₂.

Δ2. Από τη μείωση της δυναμικής ενέργειας του σώματος υπολογίζουμε την κατακόρυφη μετατόπισή του και με τη βοήθεια των κατάλληλων εξισώσεων της κίνησης του.

Δ3. Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις κίνησης ή δουλεύουμε με την ΑΔΜΕ.

Δ4. Υπολογίζουμε και πάλι τη νέα επιβράδυνση του σώματος και εφαρμόζουμε τις αντίστοιχες εξισώσεις της κίνησής του.

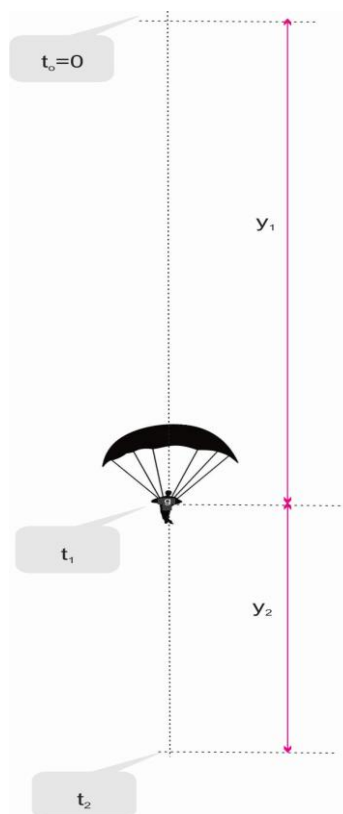


ΘΕΜΑ Δ-17

Ένας αλεξιπτωτιστής μάζας $m = 60\text{kg}$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ πραγματοποιεί ελεύθερη πτώση από ύψος $H = 75\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 3\text{s}$ ανοίγει το αλεξίπτωτο με αποτέλεσμα να φτάσει στο έδαφος με μηδενική ταχύτητα. Να υπολογίσετε:

- Δ1. Το μέτρο της ταχύτητάς του τη χρονική στιγμή t_1 .
- Δ2. Το μέτρο της επιβράδυνσης που προσφέρει το αλεξίπτωτο.
- Δ2. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το αλεξίπτωτο.
- Δ4. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



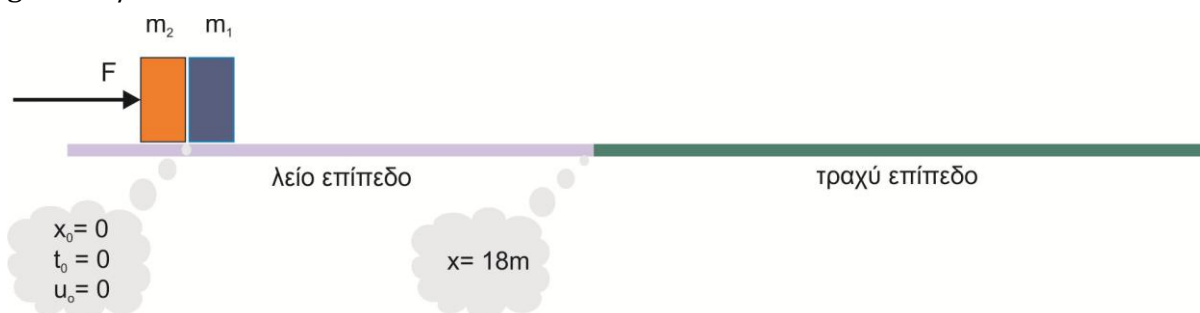
υποδείξεις απαντήσεων

- Δ1. Εφαρμόζουμε τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης ή την ΑΔΜΕ.
- Δ2. Με τις κατάλληλες εξισώσεις για την κίνηση που ακολουθεί, υπολογίζουμε όλα τα στοιχεία που μας χρειάζονται.
- Δ3. Εφαρμόζουμε το ΘΝΜ.
- Δ4. Αξιοποιούμε όλα τα γνωστά στοιχεία τοποθετώντας τα σε βαθμολογημένους άξονες ταχύτητας – χρόνου και σχεδιάζουμε το διάγραμμα.



**ΘΕΜΑ Δ-18**

Στη θέση $x_0 = 0$ του άξονα $x'Ox$ βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε επαφή μεταξύ τους δύο μικρών διαστάσεων σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 3 \text{ kg}$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα Σ_2 δέχεται την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου $F = 20 \text{ N}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 φτάσουν στη θέση $x = 18 \text{ m}$, καταργείται η δύναμη F και ταυτόχρονα συναντάνε τραχύ οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_1 = 0,2$ και $\mu_2 = 0,3$ αντίστοιχα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Να υπολογίσετε:

- Δ1.** Το μέτρο της δύναμης επαφής ανάμεσα στα δύο σώματα.
- Δ2.** Το ρυθμό με τον οποίο προσφέρει ενέργεια η δύναμη F στο σύστημα όταν διέρχεται από τη θέση $x = 18 \text{ m}$.
- Δ3.** Τη μέγιστη απόσταση d ανάμεσα στα δύο σώματα.
- Δ4.** Να σχεδιάσετε σε κοινούς βαθμολογημένους άξονες τα διαγράμματα ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ολόκληρη την κίνηση που εκτελεί κάθε σώμα.



υποδείξεις απαντήσεων

Δ1. Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα, εφαρμόζουμε το ΘNM για το σύστημα και για κάθε σώμα χωριστά.

$$\Delta 2. \frac{DE_{\text{prosj}}}{Dt} = \frac{DW_F}{Dt} = \frac{F \cdot Dx}{Dt} = F \cdot u$$

Δ3. Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σώματα μετά το χάσιμο επαφής και μελετάμε χωριστά το καθένα εφαρμόζοντας το ΘNM και τις εξισώσεις της κίνησης που εκτελεί.

Δ4. Αξιοποιούμε όλα τα γνωστά στοιχεία τοποθετώντας τα σε βαθμολογημένους άξονες ταχύτητας – χρόνου και σχεδιάζουμε το διάγραμμα.



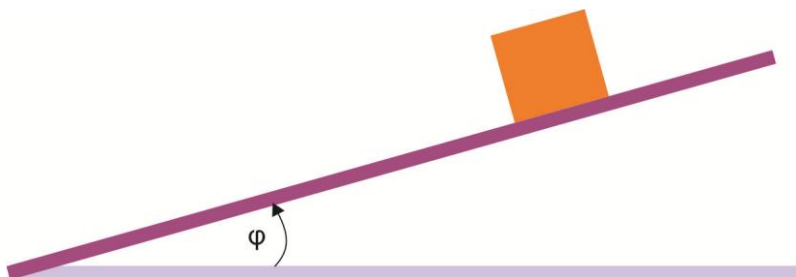
**ΘΕΜΑ Δ-19**

Μαθητές της Α' Λυκείου εκτελούν μια σειρά από πειράματα.

Υλικά πειραμάτων: Για τον σκοπό αυτό διαθέτουν ένα μικρό κύβο μάζας m , ένα μοιρογνωμόνιο, ένα δυναμόμετρο, ένα χρονόμετρο, μια μετροταινία, ένα μικρό ηλεκτροκινητήρα και ένα τραχύ επίπεδο του οποίου μπορούν να μεταβάλλουν την γωνία κλίσης.

1^ο πείραμα

Τοποθετούν τον κύβο πάνω στο τραχύ δάπεδο και αυξάνουν σταδιακά την γωνία κλίσης.



Μετρώντας με το μοιρογνωμόνιο, βρίσκουν ότι όταν η γωνία γίνεται ίση με $\varphi = 28^\circ$, ο κύβος είναι σχεδόν έτοιμος να κινηθεί. Δίνεται $\sin 28^\circ = 0,53$.

Δ1. Ποια είναι η τιμή του συντελεστή στατικής τριβής που θα υπολογίσουν;

2^ο πείραμα

Το τραχύ δάπεδο το επαναφέρουν σε οριζόντια θέση, τοποθετούν τον κύβο πάνω του και με τη βοήθεια του ηλεκτροκινητήρα κινούν σε ευθύγραμμη τροχιά τον κύβο, ώστε να διανύει σε ίσους χρόνους ίσα διαστήματα.



- Παρατηρούν με τη βοήθεια του δυναμόμετρου ότι η οριζόντια δύναμη που ασκείται στον κύβο είναι 10N.
- Με τη βοήθεια της ζυγαριάς ζυγίζουν το σώμα και βρίσκουν ότι η μάζα του είναι 2kg.





Δ2. Ποια είναι η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης ανάμεσα στον κύβο και το δάπεδο. Τι παρατηρήσεις προκύπτουν για τις τιμές των δύο συντελεστών τριβής;

3ο πείραμα

Επαναλαμβάνουν το προηγούμενο πείραμα, ο κύβος ξεκινάει από την ηρεμία, ενώ η οριζόντια δύναμη που ασκεί ο ηλεκτροκινητήρας είναι 14N.



Δ3. Ποιο είναι το διάστημα που διανύει ο κύβος κατά τη διάρκεια του 4^{ου} sec της κίνησής του;

Δ4. Ποια είναι η ισχύς του ηλεκτροκινητήρα τη χρονική στιγμή $t = 4s$;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$,



υποδείξεις απαντήσεων

Δ1. Για την ισορροπία του κύβου ισχύει $\Sigma F_y = 0$ και $\Sigma F_x = 0$.

Δ2. Για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση του κύβου ισχύει $\Sigma F_y = 0$ και $\Sigma F_x = 0$.

Δ3. Εφαρμόζουμε τον ΘΝΜ και μετά τις κατάλληλες εξισώσεις κίνησης.

Δ4. $\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot u$

