

Άσκηση 1Β.

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\text{i. } f(x) = \sqrt{1 - \frac{x}{2-x}} + \sqrt{4 - |x-3|} \quad \text{iii. } f(x) = \sqrt{x^3 + 3x + 4}$$

$$\text{ii. } f(x) = \sqrt{1 - \eta\mu x} + \sqrt{x} \quad \text{iv. } f(x) = 2^{\sqrt{|x-x|}}$$

Άσκηση 2Β

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\text{i. } f(x) = \ln(-x^2 + 9) \quad \text{iii) } f(x) = \sqrt{1 - 3^{-x^2 - 2x - 3}}$$

$$\text{ii. } f(x) = (2 + \sigma\upsilon\nu x)^x$$

Άσκηση 3Γ

Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων;

$$\text{i. } f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{ii. } f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4x + 3}$$

$$\text{iii. } f(x) = \log(|x| - 3)$$

$$\text{iv. } f(x) = 2^{x - \sqrt{x}}$$

Άσκηση 4Γ

Ποιο είναι το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων;

$$\text{i. } f(x) = \log_{4-|x|}(x - 2)$$

$$\text{ii. } f(x) = (\sqrt{x} - 1)^{\sqrt{x} - 2}$$

$$\text{iii. } f(x) = \varepsilon\varphi(2x - \frac{\pi}{6})$$

$$\text{iv. } f(x) = \sigma\varphi(x - \frac{\pi}{6})$$

ΑΣΚΗΣΗ 5Γ

Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = 2 + \sqrt{x - 1}$.

i. Να εξετάσετε αν ο αριθμός 5 είναι τιμή της f .

ii. Να εξετάσετε αν ο αριθμός -3 είναι τιμή της f .

ΑΣΚΗΣΗ 6Γ

Να βρεθεί το σύνολο τιμών των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\text{i. } f(x) = x^2 - x$$

$$\text{ii. } f(x) = \frac{x}{x-2}$$

Άσκηση 7B.

Δίνονται οι συναρτήσεις f και g με τύπους $f(x) = x+2$, $g(x) = \sqrt{-x+4}$

- Εξετάστε αν η C_g τέμνει τους άξονες.
- Εξετάστε αν η C_g και η C_f έχουν κοινά σημεία.

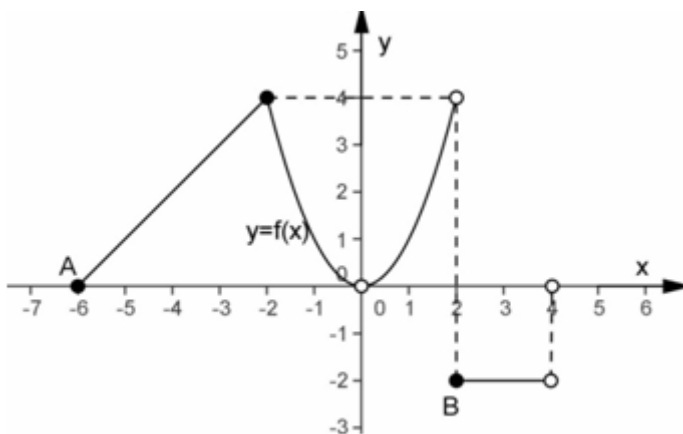
✓

Άσκηση 8B.

Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$, η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από την γραφική παράσταση της g , όταν $f(x) = e^{2x}$ και $g(x) = e^x + 2$

Άσκηση 9B.

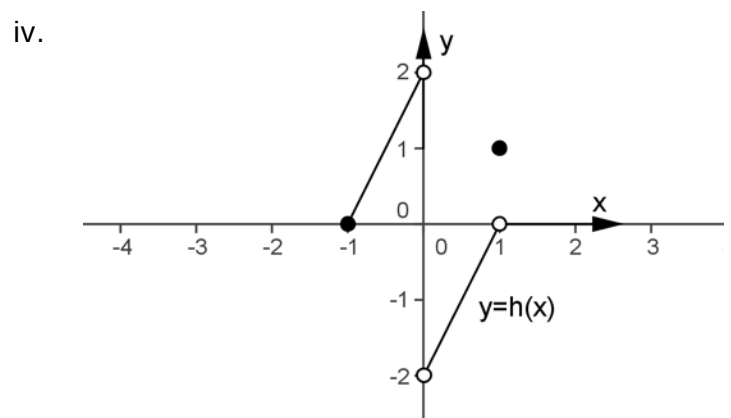
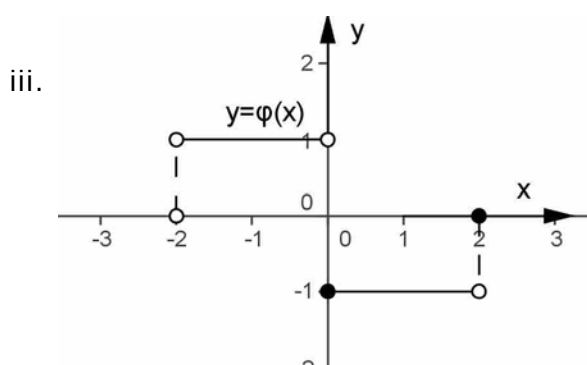
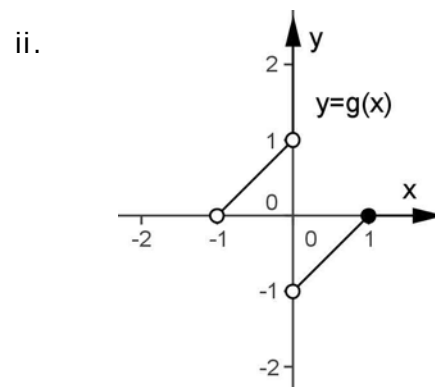
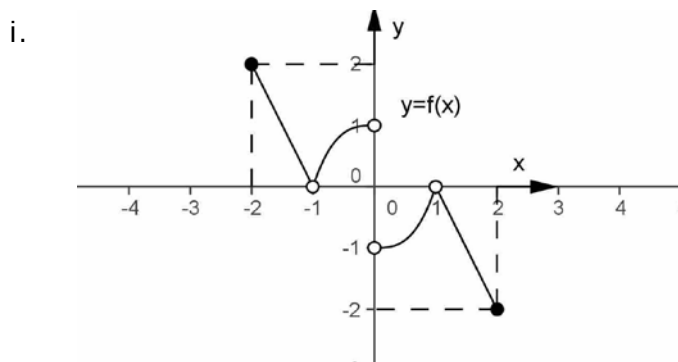
Δίνεται η συνάρτηση f της οποίας η γραφική παράσταση είναι η παρακάτω.



- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- Να εξετάσετε αν το 0 είναι τιμή της f .
- Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .
- Να βρείτε το $f(2)$.
- Να επιλύσετε την εξίσωση $f(x)=0$.
- Να επιλύσετε τις ανισώσεις $f(x) > 0$ και $f(x) < 0$.

Άσκηση 10B

Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f , g , φ , h .



Να βρείτε ποιες από τις συναρτήσεις f , g , φ , h είναι περιττές.

Άσκηση 11B.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \ln|x|$.

Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

- | | |
|-------------------|--------------------|
| i. $y = f(x)$ | iii. $y = f(x+1)$ |
| ii. $y = f(x) $ | iv. $y = f(x) + 1$ |
| iii. $y = f(x-1)$ | v. $y = f(x) - 1$ |

Άσκηση 12B

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$

Να παρασταθούν γραφικά οι παρακάτω συναρτήσεις:

- i. $y = f(x)$
- ii. $y = -f(x)$
- iii. $y = f(-x)$
- iv. $y = -f(-x)$
- v. $y = |f(x)|$
- vi. $y = \frac{1}{2}(f(x) - |f(x)|)$

ΑΣΚΗΣΗ 13B.

- i. Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
- ii. Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \sqrt{x+2}$ βρίσκεται κάτω από την γραφική παράσταση της g με $g(x) = x$.

ΑΣΚΗΣΗ 14B.

Να παραστήσετε γραφικά κάθε μια από τις παρακάτω συναρτήσεις.

- i. $f(x) = |\ln x|$
- ii. $g(x) = |\ln(x-1)|$
- iii. $\varphi(x) = |\ln x| + 1$
- iv. $\psi(x) = |\ln(x-1)| + 1$

ΑΣΚΗΣΗ 15B

Να εξετάσετε σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις είναι $f = g$. Στις περιπτώσεις που είναι $f \neq g$ να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύει $f(x) = g(x)$.

Άσκηση 16B

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln|x| - \ln|x-1|$ και $g(x) = \ln \frac{x}{x-1}$.

Να εξετάσετε αν $f = g$. Στην περίπτωση που είναι $f \neq g$, να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο ισχύει $f(x) = g(x)$.

Άσκηση 17B

Να ορίσετε τις συναρτήσεις $f+g$, $f-g$, fg και f/g όταν:

i) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ και $g(x) = \sqrt{1-2x}$

ii) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x-1}$ και $g(x) = \sqrt{3-x}$

ΑΣΚΗΣΗ 18B

Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις $f \circ g$ και $g \circ f$ αν $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ και $g(x) = \eta \mu x$.

Άσκηση 19B

Να βρεθεί η συνάρτηση f ώστε: $f(2x-1) = x^3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Άσκηση 20B

Να προσδιοριστεί συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ έτσι ώστε:

i. $f(x-1) = x^2 - 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

ii. $f(3x) = x^3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Άσκηση 21B.

Δίνονται οι συναρτήσεις f και g ώστε $f(x) = \ln x$, $x > 0$ και $g(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$.

i. Να βρεθεί συνάρτηση t ώστε $t \circ f = g$.

ii. Να βρεθεί συνάρτηση φ ώστε $f \circ \varphi = g$.

Άσκηση 22B

Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο $A=[1,2]$. Να δείξετε ότι ορίζονται οι παρακάτω συναρτήσεις και να βρεθεί το πεδίο ορισμού των:

i. $h(x) = f(\sqrt{x}-1)$

ii. $\varphi(x) = f(x^3-6)$

Άσκηση 23Γ.

Να βρείτε συνάρτηση g τέτοια ώστε να ισχύει: $f(x) = 2+x$ $x \in \mathbb{R}$ και $(g \circ f)(x) = 1-x^2$, $x \in \mathbb{R}$

ΑΣΚΗΣΗ 24Γ.

Να βρείτε συνάρτηση f τέτοια ώστε να ισχύει:

$$(g \circ f)(x) = 3x + 2, x \in \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{3} \right\} \text{ και } g(x) = \frac{x+2}{x-2}, x \neq 2.$$