

ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ

1. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ-ΛΑΘΟΥΣ

1. Δυο αντιθετοι αριθμοί εχουν ισες απολυτες τιμες
2. Ισχύει ότι $|\alpha - 1| = 1 - \alpha$ αν $\alpha < 0$
3. Ισχύει ότι $|x| = |\alpha| \Leftrightarrow x = \alpha$
4. Ισχύει ότι $|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta|$
5. Ισχύει ότι $\forall x \in \mathbb{R} \quad |x|^4 = x^4$
6. Ισχύει ότι $|\alpha| < |\beta| \Leftrightarrow \alpha^2 < \beta^2$
7. Ισχύει ότι $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}: |\alpha - \beta| = |\alpha + \beta|$
8. Αν $|x - 1| + |\psi + 2| = 0$ τότε $x=1$ ή $\psi=-2$
9. Αν $x > 1$ τότε $|x + 1| = x + 1$
10. Η εξίσωση $|x - 1| + 3 = 0$ έχει λύση
11. Όταν $x < 2$ τότε $|x - 2| = x - 2$
12. Η εξίσωση $|x - 1| + |x - 2| = 0$ είναι αδύνατη

2. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω

$$|\alpha| = \alpha \Leftrightarrow \text{οταν } \alpha \dots\dots\dots$$

$$|x| > -1 \Rightarrow x \dots\dots\dots$$

$$|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta| \Leftrightarrow \alpha, \beta \dots\dots\dots$$

$$|\alpha| \geq \alpha \Rightarrow \alpha \dots\dots\dots$$

$$|\alpha - 2| = 2 - \alpha \text{ τοτε } \alpha \dots\dots\dots$$

3. Πολλαπλής επιλογής

1. Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$ τότε αρνητικός είναι

Α. $|\alpha\beta|$ Β. $|\alpha|\beta$ Γ. $\alpha|\beta|$

- 2.. Η εξίσωση $|x| = \alpha$ είναι αδύνατη όταν

Α. $\alpha > 0$ Β. $\alpha < -1$ Γ. $\alpha = 0$

3. Αν $\alpha > \beta$ τοτε ο $|\alpha - \beta|$ είναι ισος με

Α. $|\alpha| - |\beta|$ Β. $\alpha - \beta$ Γ. $\beta - \alpha$

4. Ποιες από τις παρακάτω είναι ταυτοτητες ή αδυνατες

$$\begin{array}{ll} \alpha. |3x-1| > -1 & \beta. |x| \geq x \\ \gamma. |2x-1| = |1-2x| & \delta. |x+3| \geq 0 \\ \epsilon. x+|x| \geq 0 & \sigma\tau. |x| \geq |-x| \\ \eta. |x+1| \leq 0 & \theta. |x+2|-1=0 \\ \iota. |x-1| \leq -2 \end{array}$$

5. Αν $|3\chi+8|=2|2\chi+3|$ να βρείτε το $|x|$

6. Αν $1 < \alpha < 3$ να βρεθεί η τιμή της παραστασης

$$A = 2|\alpha-1| - 3|\alpha| + 4|\alpha+1| - |5-\alpha|$$

7. Αν $2 < \chi < 3$ να βρεθεί η τιμή της παραστασης

$$K = \frac{|x-2| + |3x-9|}{|x-1| + |x-5|}$$

8. Να λυθεί η ανίσωση : $|x-2| < 3x+1$

9. Να απλοποιηθεί η παρασταση $(||x|-x| - ||x|+x|) \cdot |x^2+1|$

10. Να δείξετε ότι :

i) $|a+b|^2 + |a-b|^2 = 2(|a|^2 + |b|^2)$

ii) $x^2 + \psi^2 \geq 2|x||\psi|$

iii) $\left| \frac{x}{\psi} \right| + \left| \frac{\psi}{x} \right| \geq 2$

iv) $|a-b| \geq ||a| - |\beta||$

11. Για $x, \psi \neq 0$ αν $x|\psi| + \psi|x| = 0$ να δείξετε ότι x, ψ ετεροσημοι

12. Αν $-5 < \alpha < -2$

$1 < \beta < 4$ να δείξετε ότι $|\alpha| + |\beta| < 9$

13. Αν $1 < x < 2$ και $3 < \psi < 5$ να δείξετε ότι $|5x - 3\psi - 1| < 6$

14. Αν $|x| < 1$ και $|\psi| < 2$ τότε δείξτε οτι $|x-\psi+1| < 4$

15. Αν $0 \neq |x| < |\psi|$ να δείξετε οτι $\frac{|x|+|z|}{|\psi|+|z|} \geq \frac{|x|}{|\psi|}$

16. Αν $\alpha < \beta$ να δείξετε ότι η τιμή της παραστασης

$$A = |\alpha-x| + |\beta-x|$$

είναι ανεξαρτητη του x

17. Αν $\alpha < x < \beta$ να δείξετε ότι $||\alpha-x| - |\beta-x|| = |\alpha+\beta-2x|$

18. Να δείξετε ότι $\left| x + \frac{1}{x} \right| \geq 2$

19. Αν $\alpha^2 < 9\beta^2$ να δείξετε οτι $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| - \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| < \frac{8}{3}$

20. Να δείξετε ότι $\left| \frac{x}{1+|x|} \right| < 1$

$$|\alpha + |\alpha|| > |\alpha - |\alpha|| \text{ τότε } \alpha > 0$$

$$21. \text{ Να δείξετε ότι } |\alpha + |\alpha|| < |\alpha - |\alpha|| \text{ τότε } \alpha < 0$$

$$|\alpha + |\alpha|| = |\alpha - |\alpha|| \text{ τότε } \alpha = 0$$

22. Να λυθούν οι εξισώσεις

$$\alpha) \frac{|x|-3}{2} - \frac{|x|+1}{3} = 2, \beta) \frac{|x+1|-1}{4} + \frac{2|x+1|-3}{3} = 2, \gamma) \frac{|x-2|+1}{3} - \frac{2-|2x-4|}{5} = 1$$

$$\delta) |x^2 - 3x + 1| = |x^2 + 3x - 2|, \epsilon) 3x - 2|x - 1| = 1, \sigma\tau) x - 3|x + 1| + 2|x - 2| = 5$$

$$\zeta) |x + |x|| = 3|x| + x - 2, \eta) |x - |x|| = 2|x| - x + 1, \theta) \frac{|x+1|-1}{4} + \frac{2|x+1|-3}{3} = 2$$

23. Να λυθούν οι ανισώσεις

$$\alpha) \frac{|x|+1}{3} - \frac{1-|x|}{2} > 2, \beta) \frac{|x-1|-2}{4} + \frac{|x-1|+1}{3} < 1, \gamma) |x+1| - \frac{2-|3x+3|}{3} < 2$$

$$\delta) 2x - 2|x + 1| < 2, \epsilon) |x + |x|| > 2|x| + x - 1, \sigma\tau) |4 - |2x + 1|| < 3$$

$$\zeta) \frac{1-|x|}{|x|+1} < \frac{1}{2}$$

$$24. \text{ Αν } f(x) = \frac{|x+1| - |x-1|}{|x+1| + |x-1|} \text{ τότε δείξτε ότι } f(x) = \begin{cases} x & \text{αν } |x| < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{αν } |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$25. \text{ Αν } \frac{\alpha}{1+|\alpha|} = \frac{\beta}{1+|\beta|} \text{ τότε δείξτε ότι } \alpha = \beta$$

$$26. \text{ Αν } |\alpha| > 1 \text{ να δείξετε ότι } \left| \alpha < \left| \alpha + \frac{1}{\alpha} \right| < 1 + |\alpha| \right|$$

$$27. \text{ Αν } \left| \frac{\alpha + 2\beta}{2\alpha + \beta} \right| < 1 \text{ δείξτε ότι } |\alpha| > |\beta|$$

28. Να λυθούν τα συστήματα

$$\text{I)} \begin{cases} \frac{|x|-1}{3} > \frac{|x|+1}{5} \\ |3x+1| < 10 \end{cases}$$

$$\text{II)} \begin{cases} |2x-1| > 7 \\ \frac{|x-1|+1}{4} - \frac{2-|x-1|}{3} < 2 \end{cases}$$

$$\text{III)} 1 < |3x+1| < 5$$