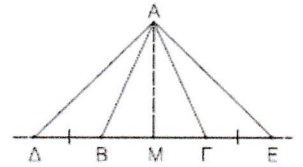


ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στην προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ και προς τα δύο της άκρα, θεωρούμε σημεία Δ και E αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Να αποδείξετε ότι:

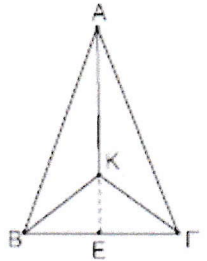


α. $\hat{B}_{\epsilon\zeta} = \hat{\Gamma}_{\epsilon\zeta}$

β. Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα.

γ. Η διάμεσος AM του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι και διάμεσος του τριγώνου $A\Delta E$.

2. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και K εσωτερικό σημείο του τριγώνου τέτοιο ώστε $KB = K\Gamma$.

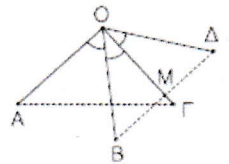


α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα BAK και $KA\Gamma$ είναι ίσα.

β. Να αποδείξετε ότι η AK είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}A\Gamma$.

γ. Η προέκταση της AK τέμνει την $B\Gamma$ στο E . Να δείξετε ότι η KE είναι διάμεσος του τριγώνου $BK\Gamma$.

3. Αν $\hat{A}OB = \hat{B}O\Gamma = \hat{G}O\Delta$ και $OA = OB = OG = OD$, να αποδείξετε ότι:

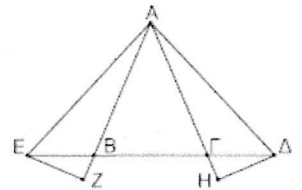


α. $A\Gamma = B\Delta$

β. το M είναι μέσο της $B\Delta$, όπου M το σημείο τομής των τμημάτων OG και $B\Delta$.

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$.

Στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο Δ και στην προέκταση της ΓB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $\Gamma\Delta = BE$. Από το Δ φέρουμε ΔH κάθετη στην ευθεία $A\Gamma$ και από το E φέρουμε EZ κάθετη στην ευθεία AB . Να αποδείξετε ότι:



α. $A\Delta = AE$

β. $EZ = \Delta H$

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος της γωνίας του $\hat{\Gamma}$, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο Δ . Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

α. Τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $\Delta\Gamma E$ είναι ίσα.

β. Το Γ ισαπέχει από τα σημεία A και E και η ευθεία $\Gamma\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος AE .

6. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και το μέσο M της βάσης του $B\Gamma$. Φέρουμε τις αποστάσεις MK και $M\Lambda$ του σημείου M από τις ίσες πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

α. $MK = M\Lambda$

β. Η AM είναι διχοτόμος της γωνίας $KM\Lambda$.