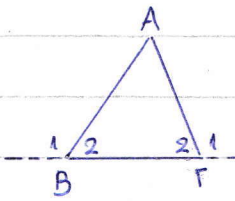


ΑΝΙΣΟΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΕ ΤΡΙΓΩΝΑ

Σχέση εσωτερικής και απέναντι γωνίας

* Κάθε εσωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι μεγαλύτερη από καθεμία από τις απέναντι (εσωτερικές) γωνίες του.

Εφαρμογή: Στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{B}_1 > \hat{\Gamma}_1$. Να αποδείξετε ότι $\hat{B}_1 > 90^\circ$ (αμβλεία).



Λύση

Από υπόθεση ισχύει ότι:

Η $\hat{B}_1$ είναι εσωτερική γωνία του τριγώνου. Άρα:

Προσθέτουμε κατά μέλη παίρνουμε:

Πορίσματα: i) Κάθε τριγώνο έχει το πολύ μια γωνία ορθή ή αμβλεία.

ii) Το άθροισμα δύο γωνιών κάθε τριγώνου είναι μικρότερο των 180° .

Εφαρμογή: Ένα τριγώνο $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ έχει $\hat{B} = \hat{\Gamma}$. Τι είδους γωνία είναι η $\hat{B}$;

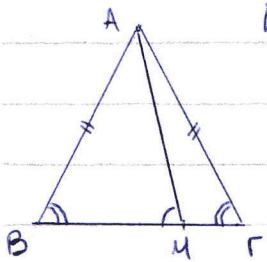
Απάντηση:

Ανισοτικές Σχέσεις Πλευρών και Γωνιών

* Σε κάθε τριγώνο απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται όμοια άνισες γωνίες και αντίστροφα.

Εφαρμογή: Δίνεται ισοσκελές τριγώνο $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ ($\hat{A}\hat{B} = \hat{A}\hat{\Gamma}$) και M ένα σημείο της βάσης $\hat{B}\hat{\Gamma}$.

Να αποδείξετε ότι $\hat{A}\hat{M} < \hat{A}\hat{B}$.



Λύση

Στο τριγώνο $\hat{A}\hat{M}\hat{\Gamma}$ η $\hat{A}\hat{M}\hat{\Gamma}$ είναι εσωτερική. Άρα ισχύει: (1)

Το $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ είναι ισοσκελές. Για τις γωνίες του ισχύει: (2)

Λόγω της (2), η (1) γράφεται:

Αφού απέναντι από άνισες γωνίες βρίσκονται όμοια άνισες πλευρές, ισχύει:

Πορίσματα: i) Απέναντι από ορθή ή αμβλεία γωνία έχουμε τη μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου.

ii) Αν ένα τριγώνο έχει δύο γωνίες ίσες, είναι ισοσκελές.

iii) Αν ένα τριγώνο έχει και τις τρεις γωνίες ίσες, τότε είναι ισόπλευρο.

Τριγωνική ανισότητα: Κάθε πλευρά τριγώνου είναι μικρότερη από το άθροισμα των άλλων δύο και μεγαλύτερη από τη διαφορά τους.

Εφαρμογή: Υπάρχει τριγώνο $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ με $\alpha = \frac{\pi}{3}$ και $\beta = \frac{3\pi}{5}$;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.