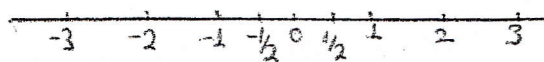


ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ - ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



Έστω a ένας πραγματικός αριθμός.

Πόσες μονάδες απέχει ο a από το 0, όταν:

- $a=2$; _____
- $a=-2$; _____
- $a=\frac{1}{2}$; _____
- $a=-\frac{1}{2}$; _____

Η απόσταση ενός αριθμού a από το 0 ονομάζεται απόλυτη τιμή του a και συμβολίζεται $|a|$. Ισχύει:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Άμεσες συνέπειες του ορισμού

- $|a| = |-a| \geq 0 \rightarrow 0$ α και ο αντίθετός του απέχουν εξίσου από το 0.
Η απόσταση είναι πάντα θετική ή 0 για $a=0$.
- $|a| \geq a$ και $|a| \geq -a$
- $|a|^2 = a^2$

Ποιοί αριθμοί x απέχουν 3 μονάδες από το 0; _____

Ποιοι αριθμοί x απέχουν θ μονάδες από το 0; ($\theta > 0$)

$$|x| = \theta \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

Γενικά :

$$|x| = |a| \Leftrightarrow x = a \text{ ή } x = -a$$

Ιδιότητες απόλυτης τιμής (Αποδείξεις σελ. 63)

1. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
2. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$
3. $|a+b| \leq |a| + |b|$ με το ίσον να ισχύει μόνο για a, b ομόσημους ή τουλάχιστον ένας από αυτούς να είναι μηδέν

Απόσταση αριθμών



Γενικά : Η απόσταση δυο αριθμών a και b συμβολίζεται $d(a, b) = |a - b|$
ισχύει: $d(a, b) = d(b, a)$

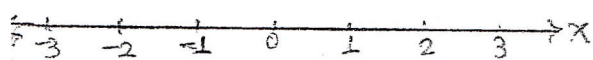
Πόσες μονάδες απέχει:

- το -2 από το 3; _____
- το 3 από το -2; _____

Υπολογίστε τις παραστάσεις:

$$|(-2) - 3| = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$|3 - (-2)| = \underline{\hspace{2cm}}$$



Ποιοι αριθμοί x απέχουν από το 0 :

- απόσταση μικρότερη του 2; _____
- απόσταση μεγαλύτερη του 2; _____

Γενικά, για $p > 0$

$$|x| < p \Leftrightarrow -p < x < p$$

$$|x| > p \Leftrightarrow x < -p \text{ ή } x > p$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ

1. Δίνεται η παράσταση: $A = |x-1| - |x-2|$
 - α) Για $1 < x < 2$, να δείξετε ότι $A = 2x - 3$
 - β) Για $x < 1$, να δείξετε ότι η παράσταση A έχει σταθερή τιμή την οποία και να βρείτε
2. Για κάθε πραγματικό αριθμό x δίνεται ότι $5 < x < 10$
 - α) Να γράψετε τις παραστάσεις $|x-5|$ και $|x-10|$ χωρίς το σύμβολο του απόλυτου
 - β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x-10|}{x-10}$
3. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{x^2 + 2|x|}{|x| + 2} \quad B = \frac{x^2 - 1}{|x| + 1} \quad \Gamma = \frac{|x|^3 + 2x^2}{4|x| + 8}$$
4. Βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους ισχύει:
 - α) $|x| = 3$ β) $|x| = 5$ γ) $|x| = -4$ δ) $|x-1| = 2$ ε) $|2x-1| = 5$
5. Βρείτε σε ποιο σύνολο ανήκουν οι αριθμοί x για τους οποίους ισχύει:
 - α) $|x| < 3$ β) $|x| \leq 6$ γ) $|x-5| \leq 3$ δ) $|x+3| < 7$ ε) $|x| > 2$ στ) $|x| \geq 9$
 - ζ) $|x+1| > 2$ η) $|x-6| \geq 5$
6. Δίνεται πραγματικός αριθμός y για τον οποίο ισχύει: $|y-2| < 1$
 - α) Να αποδείξετε ότι $y \in (1, 3)$
 - β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $K = \frac{|y-1| + |y-3|}{2}$
7. Δίνεται η ανίσωση: $|x-7| < 1$.
 - α) Να δείξετε ότι $x \in (6, 8)$ β) Αν $k \in (6, 8)$, να δείξετε ότι $\frac{24}{k} \in (3, 4)$.
8. Αν x, y είναι τα μήκη των πλευρών ορθογωνίου παραλληλογραμμού για τα οποία ισχύουν: $|x-3| \leq 2$ και $|y-6| \leq 4$, τότε:
 - α) Να δείξετε ότι $1 \leq x \leq 5$ και $2 \leq y \leq 10$
 - β) Βρείτε βεβαίως ποιων αριθμών περιέχεται η τιμή της περιμέτρου Π και του εμβαδού E του ορθογωνίου.
9. Δίνονται τα σημεία A, B και M που παριστάνουν στον άξονα των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς $-2, 7$ και x αντίστοιχα με $-2 < x < 7$.
 - α) Να γράψετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων:
 - i) $|x+2|$ ii) $|x-7|$
 - β) Με την βοήθεια του άξονα να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του αθροίσματος $|x+2| + |x-7|$
 - γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = |x+2| + |x-7|$:
 - i) γεωμετρικά ii) αλγεβρικά