

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 + x - 1, x \in \mathbb{R}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Σημείο $M(x(t), \psi(t))$ κινείται στη γραφική παράσταση της f .

i. Αν $\beta < \frac{3\alpha - 1}{2}$, να δείξετε ότι υπάρχει θέση του σημείου M , με τετμημένη $x(t_0) < 0$,

που ισχύει $\psi'(t_0) = 2x'(t_0)$, $x'(t_0) \neq 0$.

ii. Αν $\alpha = 1, \beta = -2$

A. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

B. Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και να βρείτε τα σημεία καμπής.

Γ. Να γίνει πρόχειρη γραφική παράσταση της f .