

i) Αν $f(\eta\mu^2 x) = e^{\sigma\upsilon\nu^2 x} + \sigma\upsilon\nu^2 x - 1, x \in \mathbb{R},$

να δείξετε ότι $f(x) = e^{1-x} - x, x \in [0,1].$

ii) Να αποδείξετε ότι η f είναι 1-1.

iii) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .

iv) Έστω συνάρτηση $g : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ με $g(x) \in [0,1].$

Αν ισχύει $e^{1-g(x)} + x^3 = e^{1-x^3} + g(x), x \in [0,1],$ να βρείτε την συνάρτηση g και στην συνέχεια να ορίσετε την αντίστροφή της.

v) Να βρείτε τα σημεία τομής των C_g και C_g^{-1} και να δείξετε ότι ισχύει $g^{-1}(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in [0,1].$