

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει
 $(x-1) \cdot f(x) = \sqrt{x^2+8} + \sqrt{x^2+3} - 5 + \eta\mu(x-1)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε την συνάρτηση f .

ii) Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον $x_0 \in (-1,1)$ τέτοιο
ώστε να ισχύει $f(x_0) = \frac{2}{3}$.

iii) Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον $\xi \in [-1,1]$ τέτοιο
ώστε να ισχύει $f(\xi) = \frac{2f(-1) + 3f(0) + 8f(1)}{13}$.