

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{4x^4 - 3x^2 + 2} - \alpha x^2 + \beta$ με $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{4}$,

όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

i) Να δείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=1$.

ii) Να αποδείξετε ότι η f έχει μέγιστο στο $x_0=0$.

iii) Να αποδείξετε ότι υπάρχουν δύο πραγματικοί αριθμοί ξ_1, ξ_2 με $\xi_1 + \xi_2 = 0$, τέτοιοι ώστε $f(\xi_1) = f(\xi_2) = 1/2$